第一單元 運動學

重點摘要

運動量定義與圖形分析

以V-t圖的面積=位移$\Delta\vec{r}$協助處理追趕或分階段運動問題

		x-t 圖	※v-t 圖	a-t 圖
斜率	割線斜率	平均速度 $<\vec{v}>\equiv\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\equiv\frac{\vec{r}_2-\vec{r}_1}{t_2-t_1}$	平均加速度 $<\vec{a}>\equiv\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\equiv\frac{\vec{v}_2-\vec{v}_1}{t_2-t_1}$	
	切線斜率	瞬時速度 $\vec{v}\equiv\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\equiv\frac{d\vec{r}}{dt}$	瞬時加速度 $\vec{a}\equiv\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\equiv\frac{d\vec{v}}{dt}$	
面積			位移($\Delta\vec{r}$)	速度變化量($\Delta\vec{v}$)

等加速度運動

$\vec{a}$ = 定值 (大小方向均固定) 常以初速方向為正，若初速為零，則可定加速度方向為正。

運動公式		**1.** $\vec{v}=\vec{v}_o+\vec{a}t$ **2.** $\vec{S}=\vec{v}_o t+\frac{1}{2}\vec{a}t^2$ **3.** $\vec{v}^2=\vec{v}_o^2+2\vec{a}\cdot\vec{S}$
軌跡	$\vec{v}_o // \vec{a}$	為一直線上之運動
	$\vec{v} \not\parallel \vec{a}$	為拋物線。可運用「運動的獨立性」以X-Y方向運動性質分別處理。 常以加速度方向為一軸(X),另一軸(Y)則作等速度運動

等速率圓周運動

運動公式

1. 角速率(ω)與週期(T): $\boxed{\omega=\langle\omega\rangle=\frac{2\pi}{T}}$ 2.速度: $\boxed{|\vec{v}|=R\omega}$ 在切線方向

3.加速度: $\boxed{|\vec{a}|=R\omega^2=\frac{v^2}{R}}$ 在向心方向 ($a_{切線}=0$)

簡諧運動 (S.H.M.)

(一)簡諧運動的動力學觀念:若物體的淨力與位置向量關係為$\vec{F}_t=-k\vec{x}$時,物體會以中心,來回運動,我們稱此物體之運動為簡諧運動。

(二)物體作週期性的往復運動。為變速度運動且為變加速度運動。其速度的大小、方向及加速度的大小、方向均會變化。

(三)特性:

1. 平衡點(O):運動軌跡的中心點;加速度為零點;淨力為零點;速度最大。
2. 端點(R):加速度最大($|\vec{a}_{max}|=R\omega^2=\frac{v_{max}^2}{R}$),受合力最大,速度為零。

(四)簡諧運動重點公式

1. 加速度與位置x成正比但方向相反: $\vec{a}_x=-\omega^2\vec{x}$
2. 簡諧運動為等速率圓周運動的投影。
3. 位置與時間關係簡式: $x=R\cos(\omega t+\theta_o)$ 或 $x=R\sin(\omega t+\theta_o)$ 其中 $\omega=\frac{2\pi}{T}$

相對運動

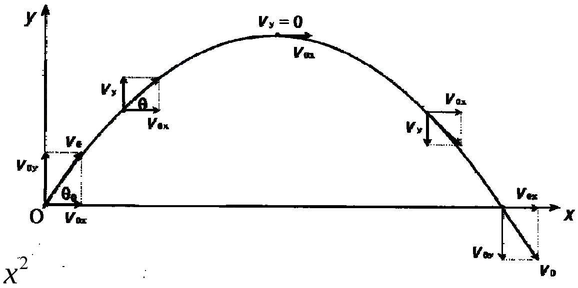
某時刻,若A;B的運動量(位置、速度、加速度)分別為($\vec{r}_A$、$\vec{v}_A$、$\vec{a}_A$);($\vec{r}_B$、$\vec{v}_B$、$\vec{a}_B$)則在B看A(或稱A相對於B)時的運動量($\vec{r}_{AB}$、$\vec{v}_{AB}$、$\vec{a}_{AB}$)其值分別為

$\vec{r}_{AB}=\vec{r}_A-\vec{r}_B$; $\boxed{\vec{v}_{AB}=\vec{v}_A-\vec{v}_B}$; $\vec{a}_{AB}=\vec{a}_A-\vec{a}_B$

斜向拋射：為等加速度運動的一種型態,可用運動的獨立性,建立合適座標分解運動以利解題,通常拋體運動建立的座標 水平方向為x軸;鉛直方向為y軸。若初速為v_o，拋射角為θ

一、運動解析：

	運動型態	初速度
水平	等速運動	$v_{ox}=v_o\cos\theta$
鉛直	直線等加速度 $\vec{a}=g\downarrow$	$v_{oy}=v_o\sin\theta$



二、軌跡方程式：$y=\tan\theta x-\dfrac{g}{2v_o^2\cos^2\theta}x^2$

三、最大高度(H)與頂點速度：

(1)最高點 鉛直方向向上速度為零$v_y=0$。x方向等速仍為$v_x=v_o\cos\theta$

(2)最大高度 $H=\dfrac{(v_o\sin\theta)^2}{2g}$ 與鉛直速度平方成正比

(3)最大高度與y方向初速的平方成正比。所以y方向的初速相同時，最大高度會相同。如圖(一)鉛直高度$H_A>H_B=H_C$➔鉛直初速A>B=C且飛行時間A>B=C

四、水平射程(R)與飛行時間(T)：

(1)飛行時間(T): 到達最高點所需時間$t=\dfrac{v_o\sin\theta}{g}$的2倍。 即$T=\dfrac{2v_o\sin\theta}{g}$

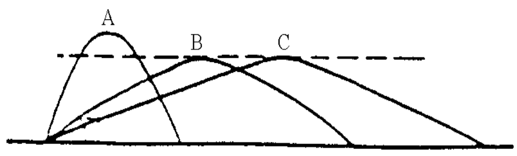
(2)水平射程 =水平速度×飛行時間 $R=\dfrac{v_o^2\sin 2\theta}{g}$

(3)在v_o初速不變下以45°斜拋的水平水平射程最大$R_{max}=\dfrac{v_o^2}{g}$

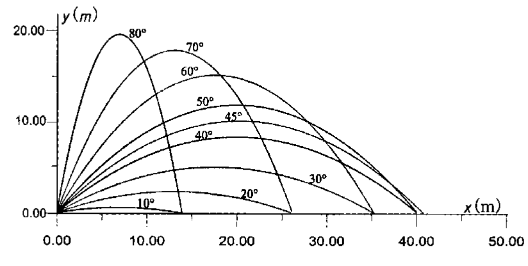
(4)在v_o初速不變下,互餘的兩斜拋角,拋射的水平射程相同且$R=4\sqrt{H_1H_2}$。如圖(二)

五、斜向拋射最大高度與水平射程的關係：$\dfrac{H(\text{最大高度})}{R(\text{水平射程})}=\dfrac{\tan\theta}{4}$

六、在同一高度處，鉛直速度大小相等，但方向相反。



圖(一)



圖(二)