張彥堂 編著

高中常見的動力現象與其功能變化

動力現象

運動量基本定義

- 位移 $\Delta\vec{r}=\vec{r}_{末}-\vec{r}_{初}$
- 速度 $\equiv\dfrac{位移}{時段}$

  (一)一段時間:平均速度 $<\vec{v}>\equiv\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

  (二)一瞬間(Δt→0):瞬時速度 $\boxed{\vec{v}\equiv\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\equiv\dfrac{d\vec{r}}{dt}}$
- 加速度 $\equiv\dfrac{速度變化}{時段}$

  (一)一段時間:平均加速度 $<\vec{a}>\equiv\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

  (二)一瞬間(Δt→0):瞬時速度 $\boxed{\vec{a}\equiv\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\equiv\dfrac{d\vec{v}}{dt}}$
- 物體運動的量:動量 $\boxed{\vec{p}\equiv m\vec{v}}$
- 光子的動量 $\boxed{p=\dfrac{h}{\lambda}\overset{c=\nu\lambda}{=}\dfrac{h\nu}{c}=\dfrac{E}{c}}$

動力現象的基本定律

牛頓運動定律：

1. **牛頓第一運動定律(慣性定律)**：物體若不受外力作用,則靜者恆靜,動者恆沿一直線作等速度運動。
2. **牛頓第二運動定律(運動方程式定律)**：物體"(即動量的時變率，等於作用於物體的淨力。

   $\boxed{力\equiv\dfrac{動量變化}{時間}}$

   (一)一段時間:平均力 $<\vec{F}>\equiv\dfrac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$

   (二)一瞬間(Δt→0): $\boxed{\vec{F}_t\equiv\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\equiv\dfrac{d\vec{P}}{dt}=(質量固定下)m\vec{a}}$
3. **牛頓第三運動定律(作用力與反作用力定律)：**

   凡有一個作用力 $\vec{F}_{12}$的產生，同時必有一個反作用力 $\vec{F}'_{21}$，二者 $\vec{F}_{12}=-\vec{F}'_{21}$ 。

衝量-動量定理：

衝量 $\boxed{\vec{J}\begin{cases}\equiv\Delta\vec{P}\\ \equiv力\times時間(\int\vec{F}dt)=\vec{F}-t圖面積\overset{固定力}{=}\vec{F}\Delta t\end{cases}}$

能量觀點

基本定義

***作功=力乘以位移**

$\boxed{W\equiv\int\vec{F}\cdot d\vec{r}\overset{固定力}{===}\vec{F}\cdot\Delta\vec{r}=F-r圖面積}$

***能量=系統的作功能力**

基本定律

***功能定理：系統的總能變化等於各外力對系統所作功的和。**

➔系統總能變化 $\Delta E_t=W_{外力}$**=各力作功總和**$(W_1+W_2+\ldots)$

***能量守恆定律:當所選為獨立系統，與外界無能量進出時，則系統的各能量總和不變。**

能量形式

***動能** $\boxed{K=\dfrac{1}{2}mv^2=\dfrac{P^2}{2m}}$

***重力位能=-重力作功** $\boxed{\begin{cases}U_{地表附近}=mgh\\ U_{大尺度}=-\dfrac{GMm}{r}\end{cases}}$

***彈性位能** $\boxed{U_x=\dfrac{1}{2}kx^2}$

***熱能**① $\boxed{\Delta H_{溫變}=ms\Delta T}$ ② $\boxed{\Delta H_{相變}=mL_{潛熱}}$

③單原子氣體內動能 $\boxed{H=n\times\dfrac{3}{2}RT=\dfrac{3}{2}PV}$

***電位能(V:電位)=-靜電力作功**

$\boxed{U_e=qV\overset{點電荷}{=}\dfrac{kQq}{r}}$

***光能** $\boxed{E=h\nu\overset{c=\nu\lambda}{=}\dfrac{hc}{\lambda}=\dfrac{12400}{\lambda(\overset{\circ}{A})}}$ (e.V.)

運動型態	運動公式	作用力關係式	能量關係
靜止或等速($\vec{v}$=定值)	1.靜者恆靜 2.動者恆等速 $S=v_o t$ 3.動量守恆。	合力 $\vec{F}_t=0$	外力不作功
等加速度運動($\vec{a}$=定值)	1. $\vec{v}=\vec{v}_o+\vec{a}t$ 2. $\vec{s}=\vec{v}_o t+\dfrac{1}{2}\vec{a}t^2$ 3. $\vec{v}^2=\vec{v}_o^2+2\vec{a}\cdot\vec{s}$	合力 $\vec{F}_t$=定値	外力作功=系統總能變化

等速率圓周運動

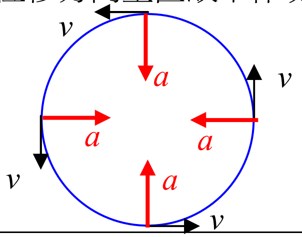
一、通常建立的參考座標為向心(法線)方向與切線方向。

二、等速率圓周常用運動公式：(必背)

1. $\omega = \langle \omega \rangle = \dfrac{2\pi}{T}$
2. $|\vec{v}| = R\omega$ 在切線方向
3. $|\vec{a}| = R\omega^2 = \dfrac{v^2}{R}$ 在向心方向(與 $\vec{r}$ 相反) [$a_{切線}=0$]

合力 $\vec{F}_t = m\vec{a}_c = mR\omega^2 = m\dfrac{v^2}{R}$

向心力恆與位移方向垂直故不作功



簡諧運動(S.H.M.)

(1)加速度與位置x成正比但方向相反:

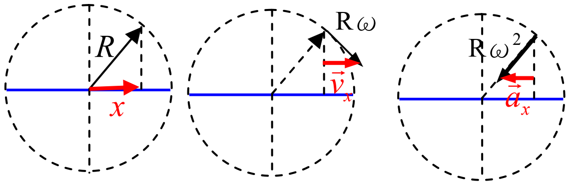
$\vec{a}_x = -\omega^2 \vec{x}$

(2)簡諧運動為等速率圓周運動的投影。

(3)位置大小與時間關係簡式:

$x = R\cos(\omega t + \theta_o)$ 或 $x = R\sin(\omega t + \theta_o)$

其中 $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$。



合力 $\boxed{\vec{F}_t = -K\vec{x}}$ ➔週期 $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}}$

K=常數

常見 S.H.M.

1. 彈簧 $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}}$ (k=彈力常數)
2. 小角度單擺 $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}}$
3. 浮體 $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\rho_{物}}{\rho_{液}}\dfrac{h}{g}}}$

應用力學能守恆:

端點 E_t= | 平衡點 E_t= | 任意點 E_t

$$\boxed{\frac{1}{2}kR^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2}kX^2 + \frac{1}{2}mv_X^2}$$

1.其中 X=離「平衡點」的距離

2. $\dfrac{1}{2}kX^2$ =-(外力和自平衡點至 X 處的作功)

(1)水平面彈簧 S.H.M.: $\dfrac{1}{2}kX^2$ =彈性位能= $\dfrac{1}{2}kx^2$

(2)鉛直面彈簧 S.H.M: $\dfrac{1}{2}kX^2$ =彈性位能+重力位能

$= \dfrac{1}{2}kx^2$ +mgh

(3)斜面彈簧 S.H.M: $\dfrac{1}{2}kX^2$ =彈性位能+重力位能

$= \dfrac{1}{2}kx^2$ +mghsinθ

鉛直面的圓周運動(非等速率圓周運動)

通常建立的參考座標為向心(法線)方向與切線方向。

1.角速率 $\omega \neq$ 定值

2. $|\vec{v}| = R\omega \neq$ 定值 在切線方向

3. $\vec{a} = \vec{a}_{向心} + \vec{a}_{切線}$

$$\begin{cases} a_{向心} = R\omega^2 = \dfrac{v^2}{R} \\ a_{切線} \neq 定值(不一定爲零,由實際切線方向淨力決定) \end{cases}$$

合力 $\vec{F}_t = \vec{F}_{向心} + \vec{F}_{切線}$

$$\begin{cases} \vec{F}_{向心} = ma_{向心} = mR\omega^2 = m\dfrac{v^2}{R} \\ \vec{F}_{切線} = ma_{切線} \neq 0 \end{cases}$$

(由實際切線方向淨力決定)

力學能守恆應用

$\dfrac{1}{2}mv^2 + mgh$ =定值

行星運動	克卜勒的行星三大運動定律 1.第一(軌道)定律:行星繞日軌道為橢圓,太陽位於其中的一個焦點。 2.第二(等面積)定律【角動量守恆】: $\boxed{\frac{\Delta A}{\Delta t}=\frac{\pi ab}{T}=\frac{1}{2}r^2\omega=\frac{1}{2}rv\sin\phi=\frac{L}{2m}}$(定值) (1)同一行星不同位置 2.角動量$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=I\vec{\omega}$ 3.第三(週期)定律:各行星對太陽的 $\boxed{\frac{R^3}{T^2}=\frac{GM}{4\pi^2}}$ (若M相同則為定值) 或 $Rv^2=GM$ R=行星至太陽平均距離=$\left(\frac{r_{遠日點}+r_{近日點}}{2}\right)$=a (半長軸)	萬有引力提供向心力 $\frac{GMm}{R^2}$(或mg)$=ma_c$	引力位能$U=-\frac{GMm}{r}$ (定$U(r=\infty)=0$) 應用力學能守恆:行星繞日在不同點 $\frac{1}{2}mv^2+(-\frac{GMm}{r})$=定值
	行星等速率圓周運動 / 等速率圓周常用運動公式可適用	萬有引力提供向心力 $\frac{GMm}{R^2}$(或mg)$=m\frac{v^2}{r}$=m$r\omega^2$ (其中 R 爲質點 M,m 距離; r 爲 m 所繞圓的半徑)	$\boxed{\begin{array}{l}1.U=-\frac{GMm}{r} \quad 2.(總)動能K_t=-\frac{U_t}{2}\\ 3.總力學能E_t=K_t+U_t=\frac{U_t}{2}\end{array}}$ ◎ 雙星、三星圓周互繞亦適用:U_t表總位能 ;K_t表總動能 ◎ 僅適用於定 U(r=∞)=0 時
多質點系統的運動	1.質心位置:$\vec{R}_c=\frac{\sum m_i\vec{r}_i}{\sum m_i}$ 2.質心速度:$\vec{V}_c=\frac{\sum m_i\vec{v}_i}{\sum m_i}$ 3.質心動量:$\vec{P}_c=M\vec{V}_c=\sum m_i\vec{v}_i$ =系統總動量 4.質心加速度:$\vec{a}_c=\frac{\sum m_i\vec{a}_i}{\sum m_i}=\frac{\vec{F}_t}{\sum m_i}$	一、多質點系統運動以質心運動代表,符合牛頓的三個運動定律。 二、質心運動,只受系統外力影響,系統內力(爆炸或碰撞力)不影響質心運動。 三、碰撞或爆炸瞬間整個系統的動量守恆。	系統質點總動能=系統質心動能+內動能 *若為雙質點系統: 內動能 $\frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}(\vec{v}_1-\vec{v}_2)^2$ *若為單原子理想氣體: 內動能 $E_t=\frac{3}{2}nRT=\frac{3}{2}PV$

多質點系統的運動（碰撞）

彈性碰撞

碰撞觀念

1. 不論彈性碰撞與否,碰撞瞬間之前後 總動量守恆 $\vec{P}_t=\vec{P}_t\,'$
2. 彈性碰撞：①若系統外力和恆為零，碰撞力∈內力→ $\vec{P}_t=\vec{P}_t\,'$

   ②若碰撞力∈保守力→碰撞過程力學能守恆 E_t(前)=E_t(中)=E_t(後)

1. <u>不論正向或斜向碰撞前、後均遵守動量及能量守恆</u>

   (1) 碰撞前、中、後遵守動量守恆:(質心速度及質心動能恆不變): $m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2=m_1\vec{v}\,_1+m_2\vec{v}\,_2$

   (2) 遵守能量守恆:(A)碰撞前、後之能量守恆: 碰撞前、後能量守恆: $\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}m_1\left(v'_1\right)^2+\frac{1}{2}m_2\left(v'_2\right)^2$

   (B)碰撞中之能量守恆: 碰撞前=後的總力學能 $\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}m_1\left(v'_1\right)^2+\frac{1}{2}m_2\left(v'_2\right)^2$

   =碰撞中位能+總動能 $=U(x)+(\frac{1}{2}m_1v_{1x}^2+\frac{1}{2}m_2v_{2x}^2)$ =碰撞中最大位能+質心動能 $=U_o(x)+\frac{1}{2}(m_1+m_2)v_c^2$

2. $\vec{v}_1-\vec{v}_2=\vec{v}\,'_2-\vec{v}\,'_1$(接近速度=分離速度) 即 彈性係數 $=\dfrac{\text{分離速度}}{\text{接近速度}}=1$

正向彈性碰撞

指一維空間之彈性碰撞,同樣遵守動量及能量守恆。可推得

$\boxed{\vec{v}_1\,'=\dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\vec{v}_1+\dfrac{2m_2}{m_1+m_2}\vec{v}_2=2\vec{v}_c-\vec{v}_1}$　　$\boxed{\vec{v}_2\,'=\dfrac{m_2-m_1}{m_2+m_1}\vec{v}_2+\dfrac{2m_1}{m_2+m_1}\vec{v}_1=2\vec{v}_c-\vec{v}_2}$

＊在正向彈性碰撞時,若 $m_1=m_2$,則 $\vec{v}_1\,'=\vec{v}_2;\vec{v}_2\,'=\vec{v}_1$,即兩者速度交換。

斜向彈性碰撞

二維彈性碰撞,遵守動量及能量守恆。動量守恆得以向量處理。

(1)劃圖用平行四邊形法。 (2)平方之,使向量成純量,($\vec{A}\cdot\vec{B}=\left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right|\cos\theta$)。

(3)分解為X,Y分量來處理。則得 x 分量動量守恆、y分量動量守恆。

＊在斜向彈性碰撞時,若 $m_1=m_2$,且 $v_2=0$,則碰後兩物體速度垂直 $\vec{v}_1\,'\perp\vec{v}_2\,'$。

非彈性碰撞

①總動量守恆 $\vec{P}_t=\vec{P}_t\,'$　　②力學能不守恆 E_t(前)≠ E_t'(後)　[但能量守恆]

1. 碰撞力∈內力 碰撞前後瞬間合力為零 →碰撞前後總動量守恆
2. 若碰撞力∈非保守力(如摩擦力、黏滯力)→碰撞前總力學能=碰撞後總力學能+散失能量(非保守力的作功)

完全非彈性碰撞

1. 系統物體相碰後合成一體以質心速度運動。　2. 系統總動能=系統質心動能+內動能

3. 損失動能 △K=碰前總動能 - 碰後質心動能=內動能

若為兩物體的碰撞 則 $\boxed{\text{損失動能}\triangle K=\text{內動能}=\frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}(\vec{v}_1-\vec{v}_2)^2}$