

大學入學考試中心

100 研究用試卷

數學考科參考答案

【卷1】

選擇（填）題：

題號		答案
1		4
2		2
3		5
4		5
5		2
6		245
7		2345
8		12
A	9	—
	10	3

非選擇題：

原不等式等價於 $|2x-1|+|5x-2|\leq 8$ ，其中 x 的範圍可分以下三項討論。

$$(i) \ x \leq \frac{2}{5}, \quad -(2x-1)-(5x-2) \leq 8$$

$$-7x+3 \leq 8, \quad -7x \leq 5, \quad x \geq -\frac{5}{7} \Rightarrow -\frac{5}{7} \leq x \leq \frac{2}{5}$$

$$(ii) \ \frac{2}{5} \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad -(2x-1)+5x-2 \leq 8, \quad 3x-1 \leq 8, \quad x \leq 3, \quad \frac{2}{5} \leq x \leq \frac{1}{2}$$

$$(iii) \ x \geq \frac{1}{2}, \quad (2x-1)+(5x-2) \leq 8, \quad 7x \leq 11, \quad \text{得 } x \leq \frac{11}{7}, \quad \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{11}{7}$$

$$\text{由(i)~(iii)取聯集得：} -\frac{5}{7} \leq x \leq \frac{11}{7}$$

大學入學考試中心

100 研究用試卷

數學考科參考答案

【卷2】

選擇（填）題：

題號		答案
1		3
2		2
3		5
4		15
5		12
6		234
A	7	1
	8	2
B	9	2
	10	0
	11	—
	12	4
C	13	—
	14	7
	15	1
	16	1
	17	4
	18	2
一(1)	19	1
	20	1
	21	1
	22	5
	23	—
	24	8
	25	—
	26	9

非選擇題：

(1) 作列運算 $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 6 \\ 2 & 3 & -2 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & -8 & -9 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 11 & 15 \\ 0 & 1 & -8 & -9 \end{bmatrix}$

得 $(s, t, u, v) = (11, 15, -8, -9)$ 。

(2) 由(1)可得 $a = 15 - 11c$ ， $b = 8c - 9$ ，又 $a \geq 0, b \geq 0$ ，其中

(i) $a \geq 0$ ，得 $15 - 11c \geq 0$ ， $c \leq \frac{15}{11}$ ，

(ii) $b \geq 0$ ，得 $8c - 9 \geq 0$ ， $c \geq \frac{9}{8}$

由(i)與(ii)得 $\frac{9}{8} \leq c \leq \frac{15}{11}$ 。

(3) $a + 2b - c = (15 - 11c) + 2(8c - 9) - c = 4c - 3 \geq 4\left(\frac{9}{8}\right) - 3 = \frac{3}{2}$

大學入學考試中心

100 研究用試卷

數學考科參考答案

【卷 3】

選擇（填）題：

題號		答案
1		3
2		5
3		3
4		5
5		14
6		34
7		1245
8		1234
A	9	1
	10	2
	11	2
	12	5

非選擇題：

法一：

設直線 $L: 3x + 4y + 1 = k$ ，當直線 L 與圓 C 有交集時，才會是 k 有可能的取值。

$$\text{故 } \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 0 + 1 - k|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \leq 1 \Rightarrow |7 - k| \leq 5 \Rightarrow 2 \leq k \leq 12 \quad \text{推得最小值為 } 2$$

法二：

圓 C 的方程式為 $(x - 2)^2 + y^2 = 1$

利用柯西不等式，得 $\left[(x - 2)^2 + y^2 \right] \left[3^2 + 4^2 \right] \geq (3(x - 2) + 4y)^2$

$$\Rightarrow |3x + 4y - 6| \leq \sqrt{25} \cdot \sqrt{1} = 5$$

$$\Rightarrow -5 \leq 3x + 4y - 6 \leq 5 \Rightarrow 2 \leq 3x + 4y + 1 \leq 12$$

等號成立時，即 $\frac{x - 2}{3} = \frac{y}{4}$ 得最小值為 2

大學入學考試中心

100 研究用試卷

數學考科參考答案

【卷 4】

選擇（填）題：

題號		答案
1		2
2		3
3		3
4		145
5		13
6		34
7		1234
A	8	—
	9	7
	10	1
	11	1
	12	4
	13	2
B	14	1
	15	0
C	16	1
	17	4
D	18	1
	19	5