

大學入學考試中心
102研究用試卷數學(卷2)參考答案

***選擇題參考答案：**

題號	答案
1	3
2	14

***非選擇題參考答案：**

一、

問題(1)： O, B 兩點的距離是 13 毫米， A, C 兩點的距離是 30 毫米。

問題(2)： A, O 兩點的距離是 $\sqrt{30^2 + 13^2} = \sqrt{1069} \approx 32.7$ 毫米。

問題(3)： $\tan \angle BAO = \frac{13}{30} \approx 0.4333$ ，查表可得 $\angle BAO \approx 24^\circ$ ，

所以 $\angle A = 2\angle BAO \approx 48^\circ$ 。

二、

問題(1)： A 到 B 點的水平分量約為 12，鉛直分量約為 14 公尺，故其曼哈頓距離為 $12+14=26$ 。又因路徑 L_3 水平分量之和恰為 A 到 B 點的水平分量，鉛直分量亦同；而路徑 L_1 鉛直分量之和過大；而利用兩邊和大於第三邊知路徑 L_2 短於 A 、 B 兩點的曼哈頓距離。故選路徑 L_3 。

問題(2)：因為 x 軸上各點 $(x, 0)$ 與 A 的曼哈頓距離為 $|x-20|+8=26$ ，故得 $|x-20|=18$ ，得 $x=38$ 或 $x=2$ 。

問題(3)：在該範圍與 A 的曼哈頓距離會和 A 、 B 兩點的曼哈頓距離相同的點會滿足方程式 $(x-20)+(8-y)=26$ 。其上距離 A 最近的點在直線 $x-20=8-y$ 上，故坐標為 $(33, -5)$ 。

問題(4): 觀察當 x 軸坐標為遞增 (或遞減) 時, 若遞增 (或遞減) 的起始點和結束點的 x 軸坐標分別為 a, b 時, 則水平方向分量為 $b-a$ (或 $a-b$); 鉛直方向分量亦同。從水平分量來看, 因 A 點的 x 軸坐標最大, 所以在此路徑中, O 到 A 的水平分量為 10, 而當 A 回到 O 的路徑中, 因為中間 (B 到 C) 有碰到一次 x 坐標為遞增, 所以這一段的水平分量 ($8-5$) 是多出的, 依此路徑, 所有的水平分量為 $2 \times (10-0) + 2 \times (8-5) = 26$ 。同理, 鉛直分量因為 O 到 C 和 C 到 O 沒有遞增遞減改變的狀況, 所以鉛直分量為 $2 \times (6-0) = 12$ 。故曼哈頓距離和為 $26+12=38$ 。

問題(5): 在上題中, 可推得選擇的路徑在 x 軸坐標為遞增變成遞減(或反之)處, 其分量變化越少, 則曼哈頓距離之和越短; 對鉛直方向分量亦同。因此若選 $O \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow O$ 這個路徑, 多出的水平分量變化會從上題的 ($8-5$) 減為 ($5-3$), 而水平分量無變化(因遞增轉為遞減一次)故曼哈頓距離和為 $2 \times (10+5-3) + 2 \times (6-0) = 36$, 同理, 順時鐘方向路徑 $O \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow O$ 的曼哈頓距離亦為 36; 亦可選讓 x 方向遞增變為遞減僅發生一次的情形, 如 $O \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow O$ 這個路徑, 此時曼哈頓距離和為 $2 \times (10-0) + 2 \times (6+2-1) = 34$, 同理, 順時鐘方向路徑 $O \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow O$ 的曼哈頓距離亦為 34。