

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 75 分）

一、單選題（24 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 恩格爾係數是指收入中用於食品方面的支出比例，國際上常常用恩格爾係數來衡量一個國家和地區人民生活水準的狀況。例如，聯合國糧農組織提出的標準為「恩格爾係數在 59% 以上為貧困；50% 至 59% 為溫飽；40% 至 50% 為小康，30% 至 40% 為富裕，低於 30% 為最富裕。」

有一家庭，每月收入 12 萬元，花在食品方面的支出為 5 萬元，請問依聯合國糧農組織的標準，這家庭應被歸為哪一類？

- (1) 貧困 (2) 溫飽 (3) 小康 (4) 富裕 (5) 最富裕

2. 「碘¹³¹」半衰期僅八天（每八天輻射強度衰減一半）。原子能委員會於 3 月 25 日採樣分析某大學研究用核反應器周圍環境的「碘¹³¹」殘留量，偵測到「碘¹³¹」含量每公斤 148 貝克，懷疑與輻射外洩有關。經此採樣分析後，該大學才承認匿報輻射外洩，並承認該校核反應器在 3 月 1 日發生輻射外洩事件。

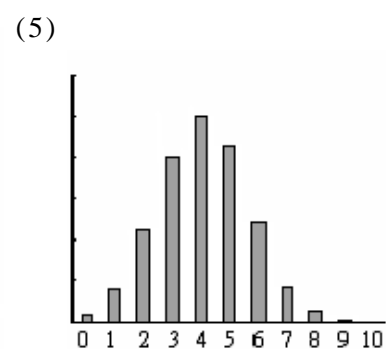
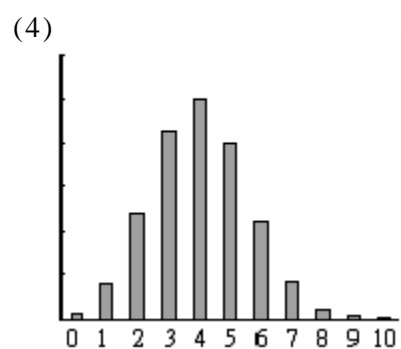
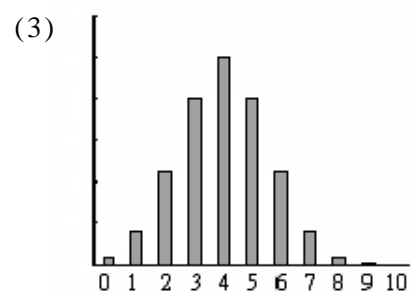
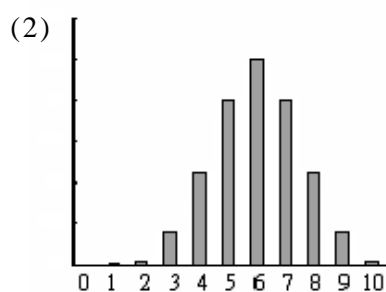
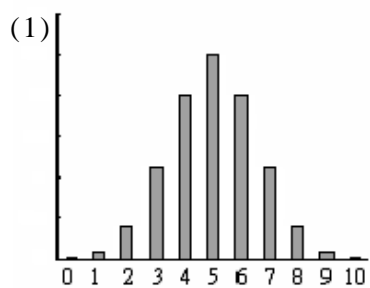
請問該校核反應器發生輻射外洩時，「碘¹³¹」殘留量為每公斤幾貝克？

- (1) 148 (2) 296 (3) 444 (4) 592 (5) 1184

3. 滿足 $|3x-7|-5 < 6$ 的整數 x 有多少個？

- (1) 4
- (2) 5
- (3) 6
- (4) 7
- (5) 8

4. 袋中有大小相同的藍球 3 個、紅球 2 個，從袋中隨機取出 1 個記錄顏色後再放回袋中，連取 10 次中有 x 次取到紅球。將 $x=0,1,2,\dots,10$ 所對應發生的機率 y_i (其中 $i=0,1,2,\dots,10$) 繪出長條圖，下列選項中的圖形，何者最可能是繪出的長條圖？



二、多選題（16 分）

說明：第 5 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 已知 $ABCDE$ 是邊長為 1 的正五邊形，請選出正確選項。

(1) $\vec{AB} \cdot \vec{AB} = 1$

(2) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} > 1$

(3) $\vec{AB} \cdot \vec{AD} > 1$

(4) $\vec{AB} \cdot \vec{AE} > 0$

(5) $\vec{AB} \cdot \vec{BE} < 0$

6. 由一副撲克牌（有黑桃、紅心、方塊與梅花四種花色，每種花色有 13 張，共 52 張）中隨機抽出一張牌，假設每一張牌被抽中的機會均等，令 A 代表抽出的牌點數為 10 點的事件， B 代表抽出的牌花色為紅心的事件。請選出正確的選項。

(1) $P(A \cap B) = \frac{1}{52}$

(2) $P(B|A) = \frac{1}{13}$

(3) $P(A \cup B) = \frac{4}{13}$

(4) A 和 B 為互斥事件

(5) A 和 B 為獨立事件

三、選填題（35 分）

說明：1.第 A 至 E 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(7-21)。
2.每題完全答對給 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 若多項式 $f(x)$ 與 $g(x)$ 滿足 $2f(x) + g(x) = x^3 - 3x^2 + 5x + 2$ ，且 $g(x)$ 除以 $x+2$ 的餘式為 -10 ，則 $f(x)$ 除以 $x+2$ 的餘式為 ⑦ ⑧。

B. 若首項為 a 且公比為 0.01 的無窮等比級數和等於循環小數 $1.\bar{2}$ ，則 $a =$ ⑨ . ⑩ ⑪。

- C. 小明在天文網站上看到以下的資訊「可利用北斗七星斗杓的天璇與天樞這兩顆星來尋找北極星：由天璇起始向天樞的方向延伸便可找到北極星，其中天樞與北極星的距離為天樞與天璇距離的 5 倍。」今小明將所見的星空想像成一個坐標平面，其中天璇的坐標為 (9,8) 及天樞的坐標為 (7,11)。依上述資訊可以推得北極星的坐標為 (⑫ ⑬ , ⑭ ⑮)。

- D. 有 10 個人平分為兩隊比賽籃球，同時每隊選出一人為隊長。問：分組並選出隊長的方法有 ⑯ ⑰ ⑱ ⑲ 種。

- E. 甲袋中有編號為 1, 2, 3, 4, 5 的五顆白球，乙袋中有編號為 1, 2, 3 的三顆紅球。從甲袋中任取一球放入乙袋，再從乙袋取出一球，並設每一球被取到的機會均等。若

乙袋取出的球，其編號為偶數，則此球是白色球的機率為 $\frac{\textcircled{20}}{\textcircled{21}}$ 。

——— 以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷 ———

第貳部分：非選擇題（占 25 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、某病患需要攝取 A 、 B 兩種營養食品，其中 A 食品每 100 公克含有蛋白質 6 公克、脂肪 4 公克與碳水化合物 45 公克； B 食品每 100 公克含有蛋白質 18 公克、脂肪 8 公克與碳水化合物 9 公克。

已知 A 食品的售價為每 100 公克 30 元， B 食品的售價為每 100 公克 25 元。且該病患每天最少需要蛋白質 90 公克、脂肪 48 公克與碳水化合物 216 公克。請回答下列各問題：（13 分）

- (1) 當該病患食用 A 食品 x （百公克）， B 食品 y （百公克）時，可以達到上述的營養需求，請列出 x, y 所滿足的聯立不等式。（5 分）
- (2) 承(1)，當 x, y 的值為何時，病患的花費最少，並求出最少花費？（8 分）

二、設二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ 且二階方陣 P 滿足 $APA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ 。

請回答下列各問題：（12 分）

- (1) 找出一個二階方陣 B 使得 $AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，並驗算之。（4 分）
- (2) 求 P 與 P^2 。（4 分）
- (3) 求 P^{101} 。（4 分）