

# 107 學年度全國高級中學 指定科目模擬考試

## 數學乙

### —作答注意事項—

考試範圍：第一～四冊全、選修數學乙全

考試時間：80 分鐘

作答方式：• 選擇(填)題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。

• 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液(帶)。

• 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。

• 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是  $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答案卡上的第 18 列的  $\frac{3}{\square}$  與第 19 列的  $\frac{\square}{8}$  畫記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的  $\frac{\square}{50}$  與第 21 列的  $\frac{7}{\square}$  畫記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### 祝考試順利



99362804-27

版權所有·翻印必究

107-E8

### 第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 79 分）

#### 一、單選題（占 12 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 關於不等式的推論過程，下列選項何者正確？

(1)  $x \geq \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 \geq 1$

(2)  $|x-2| \geq 3 \Rightarrow x-2 \geq 3$  或  $2-x \geq 3$

(3)  $\log_a b \leq 1 \Rightarrow \log_b a \geq 1$  ( $a, b$  為不等於 1 的正實數)

(4)  $10^{x^2-4} \leq 100^{x-2} \Rightarrow x+2 \leq 2$

(5)  $(x-2)^2(x-3)^3 \geq 0 \Rightarrow x-3 \geq 0$

2. 已知數列  $\langle a_n \rangle, \langle b_n \rangle, \langle c_n \rangle, \langle d_n \rangle, \langle e_n \rangle, \langle f_n \rangle, \langle g_n \rangle$  皆為無窮數列，各數列的定義如下：

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}, b_n = \frac{n(n+1)^2(n+2)}{4}, c_n = (-1)^{a_n}, d_n = c_{2n}, e_n = (-1)^{b_n},$$

$f_n = e_{2n-1}, g_n = e_{2n}$ ，其中  $n$  為正整數，則下列選項中哪一個數列為收斂的等比數列？

(1)  $\langle c_n \rangle$

(2)  $\langle d_n \rangle$

(3)  $\langle e_n \rangle$

(4)  $\langle f_n \rangle$

(5)  $\langle g_n \rangle$

## 二、多選題（占 32 分）

說明：第 3 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 有一個顯示兩位數字坐標  $(x, y)$  的手機 APP 遊戲，每次遊戲坐標都從  $(0, 0)$  開始，每玩一次遊戲，需搖動手機虛擬公正骰子 6 次。當搖出的點數為 1, 2, 3, 4 時，只有  $x$  坐標會增加 1；當搖出的點數為 5, 6 時，只有  $y$  坐標會增加 1，最後會得到一個坐標  $(x, y)$ ，每次搖出的點數結果互相獨立且每次遊戲的結果也互相獨立。設隨機變數  $X$  代表遊戲最後的  $x$  坐標值，隨機變數  $Y$  代表遊戲最後的  $y$  坐標值，則下列哪些選項是正確的？
- (1) 最後坐標總和  $x+y$  一定是 6
  - (2) 最後坐標是  $(2, 4)$  與  $(4, 2)$  的機率相等
  - (3) 最後兩坐標相等  $(x=y)$  的機率為  $C_3^6 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3$
  - (4) 隨機變數  $X$  的期望值為 4
  - (5) 隨機變數  $X$  的標準差 不等於 隨機變數  $Y$  的標準差
4. 已知函數  $y=2^x$  和  $y=x+27$  的圖形恰有兩相異交點，所以方程式  $2^x=x+27$  恰有兩相異實根  $\alpha, \beta$  且  $\alpha > \beta$ ，則下列哪些選項是正確的？
- (1) 兩實根皆為整數
  - (2) 5 為最大實根
  - (3)  $-28 < \beta < -27$
  - (4)  $-27 < \beta < -26$
  - (5)  $2^\alpha, 2^\beta$  為方程式  $\log_2 x = x - 27$  的兩相異實根

5. 已知三次實係數多項式  $f(x)$  除以  $x^2-1$  與  $x^2-4$  的餘式分別為  $r_1(x)$  與  $r_2(x)$ ，若多項式  $g(x)=f(x)-f(-x)$ ，則下列哪些選項是正確的？
- (1)  $\deg(g(x))=3$
  - (2)  $g(-x)=g(x)$
  - (3) 若  $r_1(x)$  為常數，則  $g(-1)=0$
  - (4) 可能  $g(1)=g(2)=0$
  - (5) 可能  $r_1(x)=r_2(x)$
6. 平面上  $O$  為原點，且平面上有兩質點  $A, B$  做等速率直線移動， $A$  點在直線  $L: 4x+3y=24$  上，由點  $(6, 0)$  移動到點  $(0, 8)$ ，同時  $B$  點在直線  $M: 4x+3y=12$  上，由點  $(0, 4)$  移動到點  $(3, 0)$ ，兩質點各用了 1 秒的時間移動，則下列哪些選項是正確的？
- (1)  $A$  點和  $B$  點移動速率相同
  - (2) 在 0.5 秒的時候， $O, A, B$  三點共線
  - (3) 在 0.5 秒的時候， $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$  有最大值
  - (4) 在 0.5 秒的時候， $A, B$  兩點之間的距離最近
  - (5)  $A, B$  兩點之間最近的距離等於兩平行直線  $L, M$  之間的距離

### 三、選填題（占 35 分）

說明：1. 第 A 至 E 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(7-20)。  
2. 每題完全答對給 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 已知  $3 + \log 2 = x + \log 15 = y + \log 18 = z + \log 24$ ，則  $x - y + z =$  ⑦。

B. 已知三階方陣  $A=[a_{ij}]$ ,  $B=[b_{ij}]$ , 若  $a_{ij}=i-j$ ,  $b_{ij}=\frac{i}{2}+j$ , 其中  $1 \leq i, j \leq 3$ , 則矩陣  $AB$  的最大元和最小元之差為 ⑧⑨。

C. 若一個五位正整數同時滿足下列兩個條件：

(1)相鄰的兩個數字不同(萬位與千位、千位與百位、百位與十位、十位與個位)。

(2)不是迴文數(迴文數是指一個像 16861 這樣對稱的數, 將這個數的數字按相反的順序重新排列後, 所得到的數和原來的數一樣)。

同時符合這兩個條件的五位正整數有  $2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$  個(例如: 12315, 12312, 70809 符合, 但 12321, 12399, 01236 不符合), 則整數序組  $(x, y, z) = \underline{(\textcircled{10}, \textcircled{11}, \textcircled{12})}$ 。

D. 平面上一梯形  $ABCD$  中,  $\overline{AB}=15$ ,  $\overline{BC}=10$ ,  $\overline{CD}=7$ ,  $\overline{DA}=9$ ,  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 。若

$\overrightarrow{AP} = \frac{3}{5} \overrightarrow{AB} + t \overrightarrow{AD}$  且終點  $P$  在梯形內部(不包含邊界), 則  $0 < t < \underline{\frac{\textcircled{13}}{\textcircled{14}}}$ 。(化為最簡分數)

E. 已知平面上  $\triangle ABC$  的三個內角中  $\angle A = x^\circ$ ,  $\angle B = y^\circ$ ,  $\angle C = z^\circ$ , 且三個內角滿足不等式

$x \geq z \geq y \geq \frac{2}{5}x$ 。若(目標函數)  $x+y$  的最大值為  $M$ , 最小值為  $m$ , 則數對  $(M, m) =$

$(\textcircled{15}\textcircled{16}\textcircled{17}, \textcircled{18}\textcircled{19}\textcircled{20})$ 。

## 第貳部分：非選擇題（占 21 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、有五位學生甲，乙，丙，丁，戊兩次數學模擬考的成績如下：

	甲	乙	丙	丁	戊
第一次( $X$ )	11	8	11	13	12
第二次( $Y$ )	10	$a$	$b$	15	12

已知  $Y$  對  $X$  的迴歸直線(最適直線)方程式為  $y = \frac{3x+135}{14}$ ，試求：

- (1)  $X, Y$  的平均值( $\mu_X, \mu_Y$ )。(4 分)
- (2)  $a, b$  的值。(5 分)
- (3)  $X, Y$  的相關係數  $r$ 。(2 分)

二、陳老師因下週請假參加校外會議，請求同事林老師幫忙照顧辦公桌的小盆栽。已知小盆栽在有澆水的情況下，枯萎的機率是 10 %；沒有澆水的話枯萎的機率是 80 %。根據過去經驗，陳老師確定林老師只有 60 % 的機率會幫忙澆水。若林老師在陳老師回來前發現小盆栽枯萎了，會買一盆完全相同的小盆栽偷偷放回辦公桌的機率是 50 %。則：

- (1) 當陳老師回來時，發現桌上小盆栽已經枯萎了，在此條件下，試求林老師記得澆水的機率。(5 分)
- (2) 當陳老師回來時，發現桌上小盆栽沒有枯萎，試求這盆小盆栽不是陳老師原來那盆盆栽的機率。(5 分)







107 學年度全國高級中學

指定科目模擬考試

數學乙參考答案暨詳解

翰林出版事業股份有限公司



版權所有・翻印必究

# 數學考科詳解

題號	1.	2.	3.	4.	5.	6.			
答案	(2)	(5)	(1)(3)(4)	(2)(4)(5)	(1)(3)	(2)(3)(5)			

## 第壹部分：選擇題

### 一、單選題

1. (2)

出處：第一冊第一章〈數與式〉、第一冊第二章〈多項式函數〉、第一冊第三章〈指數、對數函數〉

目標：不等式化簡觀念釐清(多項式、分式、絕對值、指數、對數)

解析：(1)×：當  $x = -\frac{1}{2}$  時， $-\frac{1}{2} \geq -2$ ，但  $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 < 1$ ，不合

(2)○： $x-2 \geq 3$  或  $2-x \geq 3$  相當於  $x-2 \geq 3$  或  $x-2 \leq -3$

(3)×：若  $a=2$ ， $b=\frac{1}{2}$ ，則  $\log_a b = \log_b a = -1$ ，不合

(4)×：當  $x=2$  時， $10^0 \leq 100^0$ ，但  $2+2=4 > 2$ ，不合

(5)×：當  $x=2$  時， $(2-2)^2(2-3)^2=0$ ，但  $2-3=-1 < 0$ ，不合  
故選(2)。

2. (5)

出處：選修數學乙(下)第一章〈極限與函數〉

目標：無窮等比數列的收斂判斷

解析：將數列  $\langle a_n \rangle$ ， $\langle b_n \rangle$  分類討論

$$a_n = \begin{cases} \text{奇數, } n=4k+1 \\ \text{奇數, } n=4k+2 \\ \text{偶數, } n=4k+3 \\ \text{偶數, } n=4k+4 \end{cases}, b_n = \begin{cases} \text{奇數, } n=4k+1 \\ \text{偶數, } n=4k+2 \\ \text{偶數, } n=4k+3 \\ \text{偶數, } n=4k+4 \end{cases}, \text{其中整數 } k \geq 0$$

因此可得：

$$\langle c_n \rangle = \langle -1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, \dots \rangle$$

$$\langle d_n \rangle = \langle -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, \dots \rangle$$

$$\langle e_n \rangle = \langle -1, 1, 1, 1, -1, 1, 1, 1, \dots \rangle$$

$$\langle f_n \rangle = \langle -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, \dots \rangle$$

$$\langle g_n \rangle = \langle 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, \dots \rangle$$

(1)×：不是等比數列

(2)×：公比為  $-1$  的等比數列，不收斂

(3)×：不是等比數列

(4)×：公比為  $-1$  的等比數列，不收斂

(5)○：公比為  $1$  的等比數列，收斂到  $1$

故選(5)。

### 二、多選題

3. (1)(3)(4)

出處：選修數學乙(上)第一章〈機率統計〉

目標：二項分布

解析：(1)○：每搖動一次虛擬骰子， $x$  坐標或  $y$  坐標必定會有一個增加  $1$ ，每次遊戲總共增加  $6$  次，故  $x+y=6$

(2)×：因為  $x$  坐標增加的機率較大  $\left(\frac{2}{3} > \frac{1}{3}\right)$ ，所以最後坐標為  $(4, 2)$  的機率大於  $(2, 4)$  的機率

(3)○：最後坐標相等代表  $x, y$  坐標各增加  $3$  次，故機率為  $C_3^6 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3$

(4)○：隨機變數  $X$  的期望值為  $np = 6 \times \frac{2}{3} = 4$

(5)×：隨機變數  $X$  的標準差為  $\sqrt{np(1-p)} = \sqrt{6 \times \frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{2}{3}\right)} = \sqrt{6 \times \frac{1}{3} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)}$  為隨機變數  $Y$  的標準差

故選(1)(3)(4)。

## 4. (2)(4)(5)

出處：第一冊第三章〈指數、對數函數〉

目標：指數性質、勘根定理

解析：(1)×：明顯當  $x=5$  時， $2^5=32=5+27$  符合方程式，因此  $x=5$  為方程式的一個實根

又因為  $2^{-27}>0=(-27)+27$  且  $2^{-26}<2^0=1=(-26)+27$ ，由勘根定理可知另一實根為負數，且不為整數

(2)○：承(1)， $\alpha=5$ ， $-27<\beta<-26$

(3)×：由(2)可知

(4)○：由(2)可知

(5)○：令  $u=2^x$ ，則  $2^x-x=u-\log_2 u$ ，故  $2^a$ ， $2^b$  為方程式  $\log_2 x=x-27$  的兩相異實根

故選(2)(4)(5)。

## 5. (1)(3)

出處：第一冊第二章〈多項式函數〉

目標：多項式的除法原理

解析：(1)○：若  $f(x)$  的三次(最高次)項為  $ax^3$  ( $a \neq 0$ )，則  $g(x)$  的三次(最高次)項為  $2ax^3$ ，故  $\deg(g(x))=3$

(2)×： $g(x)=f(x)-f(-x)=-f(-x)-f(x)=-g(-x)$

若對所有實數  $x$ ， $g(-x)=g(x)$  皆成立，則  $g(x)=0$ ，與  $\deg(g(x))=3$  矛盾

(3)○：若  $r_1(x)$  為常數，則  $f(1)=r_1(1)=r_1(-1)=f(-1)$ ，因此  $g(-1)=f(-1)-f(1)=0$

(4)×：若  $g(1)=g(2)=0$ ，則  $g(-1)=g(-2)=0$

因此  $g(x)$  有  $x \pm 1$  和  $x \pm 2$  四個相異的一次因次，與  $\deg(g(x))=3$  矛盾

(5)×：若  $r_1(x)=r_2(x)$ ，則  $f(1)-r_1(1)=f(-1)-r_1(-1)=f(2)-r_1(2)=f(-2)-r_1(-2)=0$

則  $f(x)-r_1(x)$  有  $x \pm 1$  和  $x \pm 2$  四個相異的一次因次，與  $\deg(f(x))=3$  矛盾

故選(1)(3)。

## 6. (2)(3)(5)

出處：第三冊第二章〈直線與圓〉、第三冊第三章〈平面向量〉

目標：配方法、參數坐標點、平行、垂直、內積等運算

解析：假設  $t$  為時間， $0 \leq t \leq 1$

(1)×：1 秒的時間， $A$  點移動的距離為 10， $B$  點移動的距離為 5，所以  $A$  點的移動速率是  $B$  點的 2 倍

(2)○：承(1)，假設  $\overrightarrow{OA}=(6,0)+t(-6,8)=(-6t+6,8t)$ ， $\overrightarrow{OB}=(0,4)+t(3,-4)=(3t,-4t+4)$

當  $O, A, B$  三點共線， $\overrightarrow{OA} \parallel \overrightarrow{OB} \Rightarrow (-6t+6,8t) \parallel (3t,-4t+4)$ ，明顯  $t$  不等於 0 或 1

$$\text{所以 } \frac{-6t+6}{3t} = \frac{8t}{-4t+4} \Rightarrow 24t^2=24t^2-48t+24 \Rightarrow 48t=24 \Rightarrow t=0.5$$

〈另解〉

當  $t=0.5$  時， $\overrightarrow{OA}=(3,4)$ ， $\overrightarrow{OB}=\left(\frac{3}{2},2\right)$  為兩平行向量，

故  $O, A, B$  三點共線

(3)○： $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}=(-6t+6,8t) \cdot (3t,-4t+4)=-50t^2+50t=-50(t-0.5)^2+\frac{25}{2}$

故當  $t=0.5$  時， $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$  有最大值  $\frac{25}{2}$

(4)×：兩點之間的距離最近發生於  $\overrightarrow{AB}=(9t-6,-12t+4)$  與直線方向向量  $(3,-4)$  垂直，所以

$$(9t-6,-12t+4) \perp (3,-4) \Rightarrow (9t-6,-12t+4) \cdot (3,-4)=0 \Rightarrow 27t-18+48t-16=0 \Rightarrow t=\frac{34}{75}$$

〈另解〉

直接計算向量長度  $|\overrightarrow{AB}|^2=(9t-6)^2+(-12t+4)^2=225t^2-204t+52$

$$=225\left(t-\frac{34}{75}\right)^2+\left(52-225 \times \frac{34^2}{75^2}\right)=225\left(t-\frac{34}{75}\right)^2+\left(\frac{12}{5}\right)^2$$

故當  $t=\frac{34}{75}$  時， $A, B$  兩點之間的距離有最小值

(5)○：承(4)， $A, B$  兩點之間最近的距離為  $d(L, M)=\frac{|24-12|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{12}{5}$

故選(2)(3)(5)。

### 三、選填題

A. 2

出處：第一冊第三章〈指數、對數函數〉

目標：對數基本運算

解析： $x-y+z=(3+\log 2-\log 15)-(3+\log 2-\log 18)+(3+\log 2-\log 24)$   
 $=3+\log 2+\log 18-\log 15-\log 24$   
 $=3+\log \frac{2 \times 18}{15 \times 24}=3-1=2。$

B. 24

出處：第四冊第三章〈矩陣〉

目標：矩陣乘法

解析： $(AB)_{ij}=a_{i1} \cdot b_{1j}+a_{i2} \cdot b_{2j}+a_{i3} \cdot b_{3j}=(i-1)\left(\frac{1}{2}+j\right)+(i-2)(1+j)+(i-3)\left(\frac{3}{2}+j\right)$   
 $=3ij+3i-6j-7=3(i-2)(j+1)-1$ ，其中  $1 \leq i, j \leq 3$   
 當  $i=3, j=3$  時，有最大元  $3 \times 1 \times 4 - 1 = 11$ ；當  $i=1, j=3$  時，有最小元  $3 \times (-1) \times 4 - 1 = -13$   
 故兩者相差  $11 - (-13) = 24。$

C. (4, 6, 1)

出處：第二冊第二章〈排列、組合〉

目標：相鄰不同物排列計算

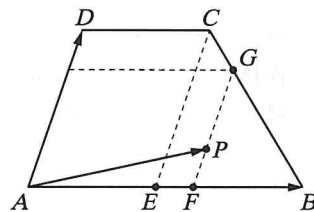
解析：滿足條件(1)的五位正整數有  $9^5$  個，其中迴文數有  $9^3 \cdot 1^2$  個，  
 故同時符合兩條件的數共有  $9^5 - 9^3 = 9^3(9^2 - 1) = 9^3 \cdot 80 = 2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^1$  個。  
 故序組  $(x, y, z) = (4, 6, 1)。$

D.  $\frac{3}{4}$

出處：第三冊第三章〈平面向量〉

目標：向量平行(線段)概念

解析：過  $C$  點作直線平行  $\overline{AD}$ ，交  $\overline{AB}$  於  $E$  點，且  $\overline{AE} = \overline{CD} = 7$   
 接著在  $\overline{AB}$  取一點  $F$ ，使得  $\overline{AF} = \frac{3}{5}\overline{AB}$ ，則  $\overline{BF} = 15 \times \frac{2}{5} = 6 > 7$ ，  
 所以  $F$  點在  $E, B$  兩點之間  
 最後過  $F$  點作直線平行  $\overline{AD}$ ，交  $\overline{BC}$  於  $G$  點，則  $\overline{FG} \parallel \overline{AD} \parallel \overline{CE}$ ，如右圖  
 由題目可知  $P$  點在  $\overline{FG}$  上(不包括端點)，且  $\overline{FP} = t\overline{FG}$   
 因  $\overline{BF} = 15 \times \left(1 - \frac{3}{5}\right) = 15 \times \frac{2}{5} = 6$   
 得  $\overline{FG} : \overline{EC} = \overline{BF} : \overline{BE} = 6 : 8 = 3 : 4 \Rightarrow \overline{FG} = \frac{3}{4}\overline{EC} = \frac{3}{4}\overline{AD}$ ，故  $0 < t < \frac{3}{4}。$



E. (140, 105)

出處：第三冊第二章〈直線與圓〉

目標：線性規劃

解析：因為三角形的內角和為  $180^\circ$ ，則  $x+y+z=180 \Rightarrow z=180-x-y$   
 由不等式  $x \geq z \geq y \geq \frac{2}{5}x \Rightarrow 180 > x \geq 180-x-y \geq y \geq \frac{2}{5}x > 0$

可得  $\begin{cases} 0 < x, y < 180 \\ 2x+y \geq 180 \\ x+2y \leq 180 \\ 2x-5y \leq 0 \end{cases}$ ，畫出可行解區域如右圖所示

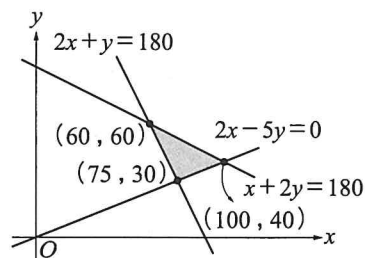
目標函數為  $P=x+y$ ，

由右圖可知可行解區域的頂點為  $(60, 60)$ ， $(75, 30)$ ， $(100, 40)$

利用頂點法求出對應的目標函數值，如下表格

$(x, y)$	$(60, 60)$	$(75, 30)$	$(100, 40)$
$P=x+y$	120	105	140

可知最大值為 140，最小值為 105，故數對  $(M, m) = (140, 105)。$



第貳部分：非選擇題

一、(1) (11, 12); (2)  $a=13, b=10$ ; (3)  $\frac{\sqrt{7}}{14}$

出處：第二冊第四章〈數據分析〉

目標：迴歸直線反推其他統計數值

解析：(1)五位同學兩次模擬考成績的平均為  $\mu_X = \frac{11+8+11+13+12}{5} = 11$ ,

將  $\mu_X = 11$  代入迴歸直線  $y = \frac{3x+135}{14}$ , 得  $\mu_Y = \frac{3 \times 11 + 135}{14} = 12$ 。

故  $(\mu_X, \mu_Y) = (11, 12)$ 。

(2)計算各值：

	$X$	$Y$	$X - \mu_X$	$Y - \mu_Y$	$(X - \mu_X)^2$	$(Y - \mu_Y)^2$	$(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)$
甲	11	10	0	-2	0	4	0
乙	8	$a$	-3	$a-12$	9	$(a-12)^2$	$-3(a-12)$
丙	11	$b$	0	$b-12$	0	$(b-12)^2$	0
丁	13	15	2	3	4	9	6
戊	12	12	1	0	1	0	0

因  $\mu_Y = \frac{10+a+b+15+12}{5} = \frac{a+b+37}{5} = 12 \Rightarrow a+b=23$

再從迴歸直線斜率  $\frac{3}{14} = \frac{-3(a-12)+6}{9+4+1} \Rightarrow a-12=1 \Rightarrow a=13, b=10$ 。

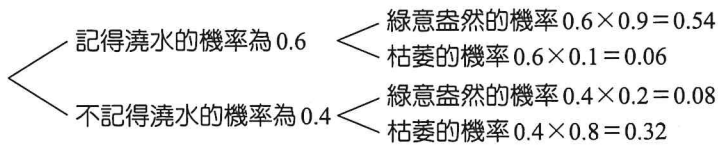
(3)相關係數  $r = \frac{3}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{4+1+4+9}} = \frac{\sqrt{7}}{14}$ 。

二、(1)  $\frac{3}{19}$ ; (2)  $\frac{19}{81}$

出處：第二冊第三章〈機率〉

目標：條件機率與貝氏定理

解析：將情況整理成樹狀圖如下



(1)根據貝氏定理，林老師記得澆水的機率為  $\frac{0.06}{0.06+0.32} = \frac{3}{19}$ 。

(2)根據貝氏定理，小盆栽不是陳老師原來那盆的機率為  $\frac{(0.06+0.32) \times 0.5}{(0.06+0.32) \times 0.5 + (0.54+0.08)} = \frac{19}{81}$ 。

### 非選擇題批改原則

第貳部分：非選擇題

一、(1) (11, 12); (2)  $a=13, b=10$ ; (3)  $\frac{\sqrt{7}}{14}$

出處：第二冊第四章〈數據分析〉

目標：迴歸直線反推其他統計數值

解析：(1)五位同學兩次模擬考成績的平均為  $\mu_X = \frac{11+8+11+13+12}{5} = 11$ , (2分)

將  $\mu_X = 11$  代入迴歸直線  $y = \frac{3x+135}{14}$ , 得  $\mu_Y = \frac{3 \times 11 + 135}{14} = 12$ 。(2分)

故  $(\mu_X, \mu_Y) = (11, 12)$ 。

(2)計算各值：

	$X$	$Y$	$X-\mu_X$	$Y-\mu_Y$	$(X-\mu_X)^2$	$(Y-\mu_Y)^2$	$(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)$
甲	11	10	0	-2	0	4	0
乙	8	$a$	-3	$a-12$	9	$(a-12)^2$	$-3(a-12)$
丙	11	$b$	0	$b-12$	0	$(b-12)^2$	0
丁	13	15	2	3	4	9	6
戊	12	12	1	0	1	0	0

(2分)

$$\text{因 } \mu_Y = \frac{10+a+b+15+12}{5} = \frac{a+b+37}{5} = 12 \Rightarrow a+b=23 \quad (1 \text{ 分})$$

$$\text{再從迴歸直線斜率 } \frac{3}{14} = \frac{-3(a-12)+6}{9+4+1} \Rightarrow a-12=1 \Rightarrow a=13, b=10. \quad (2 \text{ 分})$$

$$(3) \text{ 相關係數 } r = \frac{3}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{4+1+4+9}} = \frac{\sqrt{7}}{14}. \quad (2 \text{ 分})$$

二、(1)  $\frac{3}{19}$  ; (2)  $\frac{19}{81}$

出處：第二冊第三章〈機率〉

目標：條件機率與貝氏定理

解析：將情況整理成樹狀圖如下



(1)根據貝氏定理，林老師記得澆水的機率為  $\frac{0.06}{0.06+0.32} = \frac{3}{19}$ 。(2分)

(2)根據貝氏定理，小盆栽不是陳老師原來那盆的機率為  $\frac{(0.06+0.32) \times 0.5}{(0.06+0.32) \times 0.5 + (0.54+0.08)} = \frac{19}{81}$ 。(5分)



