

高雄市立高雄高級中學

九十九學年度第一次模擬測驗試題

數學考科

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 5 題，多選題 5 題，選填題第 A 至 J 題共 10 題

作答方式：• 用 2B 鉛筆在「答案卡」上劃記，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正帶(液)
• 答錯不倒扣

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為 (1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而考生得到的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 $\overset{3}{\square}$ 劃記 (注意不是 7)，如：

解 答 欄												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若多選題第 10 題考生認為正確的選項為 (1) 與 (3) 時，考生要在答案卡第 10 列的 $\overset{1}{\square}$ 與 $\overset{3}{\square}$ 劃記，如：

10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

(二) 選填題的題號是 A, B, C, …，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\overset{3}{\square}$ 與第 19 列的 $\overset{8}{\square}$ 劃記，如：

18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\overset{-}{\square}$ 與第 21 列的 $\overset{7}{\square}$ 劃記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

※ 試題後附有可能用到的參考公式及數值

第壹部分：選擇題（佔 50 分）

一、單選題（佔 25 分）

說明：第 1 至 5 題，每題選出最適當的一個選項，劃記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

- ✓ 1. 設 a, b, c 皆為整數且 $1 \leq a \leq 600$ ，若 $2x-3 \mid ax^3 + bx^2 + cx + (a+1)$ ，則滿足上述條件的 a 有幾個？
- (1) 99 (2) 100 (3) 101 (4) 102 (5) 103
- ✓ 2. 在 1 與 2 之間放入 $2n$ 個數，使這 $(2n+2)$ 個數構成等差數列，若此數列的前 $(n+1)$ 項之和與後 $(n+1)$ 項之和的比為 $7:10$ ，試問共放入幾個數？
- (1) 12 (2) 14 (3) 16 (4) 18 (5) 20
3. 設多項式 $f(x)$ 的各項係數總和為 10，偶次項係數和為 16。若 $f(x)$ 除以 $(x-3)$ 之商為 $Q(x)$ ，餘式為 2，則 $Q(x)$ 除以 $(x+1)$ 的餘式為何？
- (1) -3 (2) 7 (3) 5 (4) -9 (5) -5

- ✓ 4. 設 $f(x)$ 是一個三次函數，若 $f(3x+1) > 0$ 的解為 $-1 < x < 1$ 或 $x > 2$ ，則 $f(2x-1) < 0$ 的解為何？

- (1) $x < -\frac{1}{2}$ 或 $\frac{5}{2} < x < 4$ (2) $-\frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}$ 或 $x > 4$ (3) $x < 0$ 或 $1 < x < \frac{3}{2}$
(4) $0 < x < 1$ 或 $x > \frac{3}{2}$ (5) $-\frac{2}{3} < x < 0$ 或 $x > \frac{1}{3}$

5. 設三位正整數 $n = 100x + 10y + z$ ，其中 x, y, z 分別為百位數字、十位數字及個位數字，若 $x < y < z$ ，則此種正整數 n 有幾個？

- (1) 120 (2) 504 (3) 720 (4) 84 (5) 729

二、多選題（佔 25 分）

說明：第 6 至 10 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項劃記在答案卡之「解答欄」。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 5 分，只錯一個選項者可得 2.5 分，錯兩個或兩個以上選項者不給分。

6. 設雙曲線 $\Gamma: 16x^2 - 9y^2 - 64x - 108y - 116 = 0$ ，則下列哪些選項式正確的？
- (1) 頂點為 $(2, -2)$ 與 $(2, -10)$
(2) 焦點為 $(2, -1)$ 與 $(2, -11)$
(3) 雙曲線 Γ 的漸近線方程式 $4x + 3y + 10 = 0$ 以及 $4x - 3y - 26 = 0$
(4) 雙曲線 Γ 的共軛雙曲線方程式為 $16x^2 - 9y^2 - 64x - 108y + 116 = 0$
7 (5) 雙曲線 Γ 的頂點與其共軛雙曲線 Γ' 的頂點所構成的四邊形面積為 48

√ 7. 設方程式 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2x + 5 = 0$ ，下列哪些選項是正確的？

- (1) $f(x) = 0$ 有 3 個實根
- (2) $f(x) = 0$ 有兩個正根一個負根
- (3) $f(x) = 0$ 在 3 與 4 之間恰有一實根
- (4) $f(x) = 0$ 沒有大於 5 的實根
- (5) $f(x) = 0$ 沒有小於 -3 的實根

√ 8. 設有兩組抽樣資料 $X : x_1, x_2, \dots, x_n$; $Y : y_1, y_2, \dots, y_n$ ，而 $y_i = ax_i + b$ ， $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ 。若兩組資料的全距分別為 R_X, R_Y ，算術平均數分別為 \bar{X}, \bar{Y} ，中位數分別為 M_X, M_Y ，四分位距分別為 D_X, D_Y ，標準差分別為 S_X, S_Y ，則下列哪些選項是正確的？

- (1) $R_Y = aR_X$ (2) $\bar{Y} = a\bar{X} + b$ (3) $M_Y = aM_X + b$
- (4) $D_Y = aD_X$ (5) $S_Y = aS_X$

9. 設 $f(x) = (x^2 - 2x)^{100}$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (1) $f(x)$ 除以 $(x-1)$ 的餘式為 1
- (2) $f(x)$ 除以 $(x-1)^2$ 的餘式為 1
- (3) $f(x)$ 除以 $(x-1)^3$ 的餘式為 x
- (4) $f(x)$ 除以 $(x-1)^4$ 的餘式為 $-100x^2 + 200x - 99$
- (5) $f(x)$ 除以 $(x+1)$ 的餘式為 3^{100}

10. 某校高二共 30 班，皆為常態編班，今欲調查全校某次月考數學及格的比率，隨機抽樣選出 100 位同學，其中數學及格的有 64 位同學，則下列哪些選項是正確的？

- (1) 在 95% 的信心水準下，此次抽樣調查的誤差為正負 9.6%
- (2) 在 95% 的信心水準下，全校高二數學及格比率的信賴區間為 $[0.544, 0.736]$
- (3) 全校高二數學及格真正的比例值有 95% 的機率會落在區間 $[0.544, 0.736]$
- (4) 若抽樣選出的同學及格比例不變，在 95% 的信心水準下，欲使抽樣誤差在正負 4.5% 之內，至少需抽樣 456 位同學。
- (5) 若抽樣人數為原來的 4 倍，則抽樣調查的誤差值為原來的 $\frac{1}{2}$

第貳部分：選填題（佔 50 分）

說明：1.第 A 至 J 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (11-33)。
2.每題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 若 $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ 的純小數部分為 x ，則 $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$ 之值為 $\sqrt{\textcircled{11}}$ 。

✓ B. 若 $(x+9)^5 - 4(x+9)^4 - 72(x+9)^3 - 56(x+9)^2 + 15(x+9) + 7$
 $= a(x-1)^5 + b(x-1)^4 + c(x-1)^3 + d(x-1)^2 + e(x-1) + f$ ，
則 $a+b+c+d+e+f$ 之值為 $\textcircled{12}\textcircled{13}$ 。

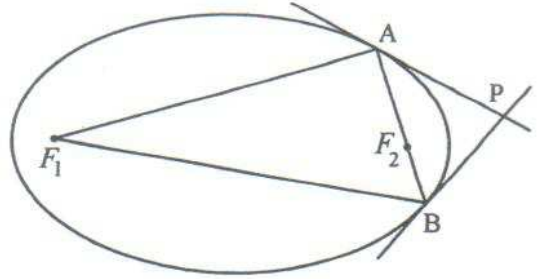
✓ C. 若方程式 $2x^3 - 4x^2 + 3x - 2 = 0$ 之三根為 α, β, γ ，則 $(\alpha + \beta + 1)(\beta + \gamma + 1)(\gamma + \alpha + 1)$ 之
值為 $\frac{\textcircled{14}\textcircled{15}}{\textcircled{16}}$ 。(答案需化為最簡分數)

D. 設二次函數 $y = x^2 + ax + (a - 2)$ 的圖形與 x 軸交於 A 、 B 兩點，當 \overline{AB} 之長度有最小值時， a 之值為 ⑰。

✓ E. 設不論 x 為任何實數，不等式 $\left| \frac{x^2 + mx + 1}{x^2 + x + 1} \right| \leq 7$ 恆成立，若 m 的最大值為 α ，最小值為 β ，則數對 (α, β) 為 (⑱, ⑲⑳)。

✓ F. 設拋物線 $(y - 1)^2 = 8(x + 1)$ 之焦點為 F ， \overline{AB} 為焦弦且 $\overline{AF} > \overline{BF}$ ，若 $\overline{AB} = 10$ ，則 $\overline{AF}^2 + \overline{BF}^2$ 之值為 ㉑㉒。

- ✓ G. 如圖，設橢圓之焦點為 F_1, F_2 ，今從 F_1 往任意方向(長軸除外)發射一雷射光，光線碰撞到橢圓上一點 A 後反射到橢圓上另一點 B ，再反射回到 F_1 。過 A, B 分別作橢圓之切線 $\overline{PA}, \overline{PB}$ 使其交於 P 點，若 $\angle AF_1B = x^\circ, \angle APB = y^\circ$ 且 x, y 可使 $ax + by = 180$ 恆成立，則數對 (a, b) 為 (23, 24)。



- ✓ H. 設一袋中有 4 個紅球、5 個白球，今有甲、乙兩人，甲先從袋中取出一球，確定該球顏色之後再增加 3 個同色球一起放回袋中，然後再由乙自袋中取一球。若乙取出紅球可獲得 7 元、取出白球可獲得 4 元，則乙所得金額之期望值為 $\frac{\textcircled{25} \textcircled{26}}{\textcircled{27}}$ (答案需化為最簡分數)

- ✓ I. 從 1 到 9 的正整數中，任取相異三數作成三位數，則此三位數是偶數且大於 234 的機率為 $\frac{\textcircled{28}}{\textcircled{29} \textcircled{30}}$ 。(答案需化為最簡分數)

J. 隨機抽樣調查 50 位同學的智力測驗分數，其分組次數分配表如下：

分數	80-90	90-100	100-110	110-120	120-130	130-140	140-150	總計
人數	2	8	17	9	7	5	2	50

若此 50 位同學智力測驗分數的標準差為 $\frac{8\sqrt{a}}{7}$ ，則 a 之值為 31 32 33

可能用到的參考公式及數值

- 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- 平面上兩點 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 間的距離 $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ， $x_2 \neq x_1$
- 首項為 a 且公差為 d 的等差數列前 n 項之和 $S_n = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$
首項為 a 且公比為 r 的等比數列前 n 項之和 $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ ， $r \neq 1$
- 算術平均數： $\bar{X} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
(樣本)標準差： $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - n\bar{X}^2 \right)}$
- 95%信心水準下之信賴區間： $\left[\hat{p} - 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$

高雄中學 99 學年度第 1 次模擬考數學科解答

題號	答案	題號	答案
1	2	18	9
2	3	19	—
3	5	20	5
4	1	21	6
5	4	22	0
6	123	23	1
7	12345	24	2
8	23	25	1
9	1245	26	6
10	124	27	3
11	2	28	8
12	5	29	2
13	1	30	1
14	2	31	1
15	5	32	6
16	2	33	7
17	2		