

壹、填充題：

一、請展開下列各式：

(一) $(2x+y-3z)^2 =$ _____.

(二) $(x^2+2xy+4y^2)(x^2-2xy+4y^2) =$ _____.

(三) $(3x-2y)^3 =$ _____.

答：(一) $4x^2+y^2+9z^2+4xy-6yz-12xz$

(二) $x^4+4x^2y^2+16y^4$

(三) $27x^3-54x^2y+36xy^2-8y^3$

二、請化簡下列各式之值：

(一) $2016^3 - 3 \times 2016^2 \times 2014 + 3 \times 2016 \times 2014^2 - 2014^3 =$ _____.

(二) $\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{375} + \sqrt[3]{192} =$ _____.

(三) $\frac{3-\sqrt{7}}{3+\sqrt{7}} + \frac{3+\sqrt{7}}{3-\sqrt{7}} =$ _____.

(四) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} - \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} =$ _____.

(五) $\frac{1}{1-\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}} =$ _____.

答：(一) 8 (二) $8\sqrt[3]{3}$ (三) 16 (四) 0

(五) $\frac{\sqrt[3]{2}+1}{3}$

提示： $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

貳、計算題：(需寫出計算過程才給分)

一、 $x+y=3$ ， $xy=4$ ，求：

(一) $x^2+y^2 =$ _____.

(二) $x^3+y^3 =$ _____.

(三) $(x-y)^2 =$ _____.

答：(一) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=1$

(二) $x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)=-9$

(三) $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=-7$

二、設 a, b 均為正整數，且 $\sqrt{7+\sqrt{48}} - \sqrt{8+\sqrt{60}} = a - \sqrt{b}$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。

答： $\sqrt{7+\sqrt{48}} - \sqrt{8+\sqrt{60}} = \sqrt{7+2\sqrt{12}} - \sqrt{8+2\sqrt{15}}$
 $= (\sqrt{4}+\sqrt{3}) - (\sqrt{5}+\sqrt{3}) = 2-\sqrt{5}$

$\therefore (a, b) = (2, 5)$

三、設 a 為正整數且 $a < \sqrt{17+\sqrt{63}} < a+1$ ，則 $a =$ _____。

答： $\because 7 < \sqrt{63} < 8 \Rightarrow \sqrt{24} < \sqrt{17+\sqrt{63}} < \sqrt{25}$

所以 $a = 4$

四、若 $x = \frac{1}{2+\sqrt{5}}$ ，試回答下列兩式之值：

(一) $x + \frac{1}{x}$

(二) $\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2}$

答：(一) 由題意 $x = \frac{1}{2+\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 2$ ，

$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = (\sqrt{5} - 2) + (2 + \sqrt{5}) = 2\sqrt{5}$

(二) $\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2} = \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2} = \left|x - \frac{1}{x}\right|$ ，

$x - \frac{1}{x} = (\sqrt{5} - 2) - (2 + \sqrt{5}) = -4$

$\therefore \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2} = \left|x - \frac{1}{x}\right| = -\left(x - \frac{1}{x}\right) = 4$

五、設 $a = \sqrt{12} + \sqrt{5}$ ， $b = \sqrt{13} + 2$

(一) 試求 a^2 與 b^2 之值。

(二) 比較 a, b 之大小，並說明原因。

答：(一) $a^2 = 17 + 2\sqrt{60} = 17 + 4\sqrt{15}$

$b^2 = 17 + 4\sqrt{13}$

(二) 因為 $a^2 > b^2$ 且 a, b 皆為正數，所以 $a > b$