

數學小考 2-2、2-3

一、選擇題 (第 1 題 4 分，其餘 2 題每題 6 分，共 16 分)

- () 1. 設 $f(x) = (x^2 + x - 1)q(x) + 2x - 5$ ，且 $f(x)$ 之各項係數和為 3，則 $q(x)$ 除以 $(x-1)$ 之餘式為
(1) 3 (2) 6 (3) 9 (4) 12 (5) 無法得知。[單選]
- () 2. 設 $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 2$ 且 a, b, c 為整數，則下列哪些 **不可能** 為 $f(x)$ 的因式？
(1) $x+1$ (2) $x+3$ (3) $2x+1$ (4) $3x+1$ (5) $3x+2$ 。[多選]
- () 3. 多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 - 3x + 2$ 得餘式為 $12x + a$ ；除以 $x^2 - 5x + 6$ 得餘式為 $24x - 30$ ；
若 $f(x)$ 除以 $x^2 - 4x + 3$ 之餘式為 $px + q$ ，則下列敘述何者正確？
(1) $a = -6$ (2) $p > q$ (3) $p + q = a$ (4) $p^2 > q^2$ (5) p, q 互質。[多選]

二、填充題 (12 格，每格 6 分，共 72 分)

1. 若 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ ， $f(x)$ 除以 $x+1$ 、 $x+2$ 的餘式分別為 0、6，則實數對 $(a, b) =$ _____。
2. 求 $7^5 - 40 \times 7^3 - 69 \times 7^2 + 100 \times 7 - 6 =$ _____。
3. 設 x 的三次多項式 $f(x) = x^3 + kx^2 + lx + m$ (k, l, m 為常數) 滿足下列條件：
 $f(x)$ 除以 $x^2 + x + 1$ 得餘式為 $5x - 3$ ，且 $f(x)$ 除以 $x - 1$ 得餘式為 -4 。則數對 $(k, l, m) =$ _____。
4. 設 $f(x)$ 為實係數多項式，求下列各條件中的餘式：
(1) 若 $f(x)$ 除以 $(x-1)$ 得餘式 5；除以 $(x-2)$ 得餘式 7；則 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)$ 的餘式為 _____。
(2) 已知 $(x-1)f(x)$ 除以 $x^2 + 1$ 的餘式為 $-x - 3$ ，則 $f(x)$ 除以 $x^2 + 1$ 的餘式為 _____。
5. 已知 $\deg f(x) = 3$ 且 $f(-1) = f(-2) = 0$ ； $f(1) = 6$ ， $f(2) = 48$ ，則 $f(3) =$ _____。
6. 已知 $\deg f(x) = 3$ 且 $f(-3) = f(1) = f(-2) = 8$ ，且 $f(3) = 128$ ，則 $f(0) =$ _____。
7. 實係數多項式 $f(x) = 3 \times \frac{(x-1)(x+\sqrt{2})}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+\sqrt{2})} + 4 \times \frac{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} + 3 \times \frac{(x-\sqrt{2})(x-1)}{(-\sqrt{2}-\sqrt{2})(-\sqrt{2}-1)}$ ，求 $f(x)$ 的最大值為 _____。
8. 有一多項式 $f(x)$ ，設 $\deg f(x) \geq 4$ ，已知 $f(x)$ 除以 $x^2 - 5x + 4$ 的餘式為 $x + 2$ ； $f(x)$ 除以 $x^2 - 5x + 6$ 的餘式為 $3x + 4$ ；
若 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 的餘式為 $r(x)$ ：
(1) 設 $r(1) = \ell$ 、 $r(2) = m$ 、 $r(3) = n$ ，則數對 $(\ell, m, n) =$ _____。
(2) $r(x)$ 除以 $x - 4$ 的餘式為 _____。
9. 已知 $1+i$ 為方程式 $x^2 + ax + 3 - i = 0$ 之一根，則 $a =$ _____。
10. 求實數 k 使得方程式 $x^2 + 6x + k = 0$ 的兩根為共軛虛根，則 k 的範圍為 _____。

三、計算題：請因式分解 $6x^3 - 11x^2 - 3x + 2$ 。(8 分)

- 四、計算題：設 $x^2 + 8x + 1 = 0$ 之二根為 α 、 β ，求各式之值 (1) $\alpha^2 + \beta^2$ (6 分) (2) $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2$ (6 分)
(3) $\alpha^{2016} + 8\alpha^{2015} + \alpha^{2014}$ (4 分)。

一年六班 座號 _____ 姓名 _____

一、選擇題(第1題4分，其餘2題每題6分，共16分)

1.	2	2.	23	3.	124
----	---	----	----	----	-----

二.填充題(每格6分，共72分)

1.	$(8,11)$	2.	400	3.	$(-2,3,-6)$
4.(1)	$2x+3$	4.(2)	$2x+1$	5.	140
6.	-4	7.	5	8.(1)	$(3,10,13)$
8.(2)	12	9.	$-2+i$	10.	$k > 9$

三、計算題：因式分解 $6x^3 - 11x^2 - 3x + 2$ 。(沒有過程不給分)(8分)

令 $f(x) = 6x^3 - 11x^2 - 3x + 2$ ，若 $ax - b \mid f(x)$ ， $(a,b) = 1$

$\Rightarrow a \mid 6, b \mid 2 \Rightarrow a = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6 \quad b = \pm 1, \pm 2$

可能的一次因式為 $x \pm 1, x \pm 2, 2x \pm 1, 3x \pm 1, 3x \pm 2, 6x \pm 1$

經檢查 $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$ ，

$$6x^3 - 11x^2 - 3x + 2 = (2x+1)(3x^2 - 7x + 2)$$

$$= (2x+1)(3x-1)(x-2)$$

四、計算題：設 $x^2 + 8x + 1 = 0$ 之二根為 α 、 β ，求各式之值(1) $\alpha^2 + \beta^2$ (6分) (2) $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2$ (6分)

(3) $\alpha^{2016} + 8\alpha^{2015} + \alpha^{2014}$ (4分)。

由根與係數關係得知 $\alpha + \beta = -8$ ， $\alpha\beta = 1$

(1) $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 62$

(2) $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = (\alpha + \beta) + 2\sqrt{\alpha\beta} = -10$

(3) $\alpha^{2016} + 8\alpha^{2015} + \alpha^{2014} = \alpha^{2014}(\alpha^2 + 8\alpha + 1) = 0$