

一、多重選擇題：每題 6 分，共 12 分。

一年 15 班 \_\_\_\_\_ 號姓名 \_\_\_\_\_

1	ABCE	2	ABC
---	------	---	-----

得分欄	
-----	--

二、填充題：共 67 分。

(1)	19-21	(2)	$9^8$	(3)	1729
(4)	{ 6, 10 }	(5)	{ 3, 4, 8 }		
(6)	20170	(7)	4	(8)	6
(9)	4	(10)	149	(11)	15

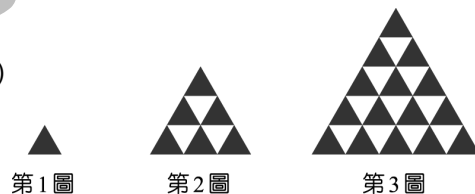
三、計算說明題：請務必寫出過程或想法才可得分，共 36 分。

1、用白色小正三角形與黑色小正三角形，按照規律交錯拼成若干個正三角形圖案。正三角形圖案各邊的小正三角形數每次增加兩個，如圖所示：

(1)請畫出第 4 圖的圖形，並求出第 4 圖黑色小正三角形的個數。(4 分)

(2)請試著以  $k$  表示「第  $k$  個圖中黑色小正三角形的數量」。(2 分)

(3)請算出第 1~10 個圖中，所有黑色小正三角形的個數總和。(6 分)



Sol :

(1)圖略，第 4 圖有 28 個黑色小正三角形

(2) $2k^2 - k$

(3) $\sum_{k=1}^{10} (2k^2 - k) = \sum_{k=1}^{10} 2k^2 - \sum_{k=1}^{10} k = 715$

2、已知遞迴關係式  $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2} \times a_n \end{cases}$ ，請回答下列問題：

- (1) 請算出  $a_2$ 、 $a_3$ 、 $a_4$  的值。(3 分)  
 (2) 由上式推論  $a_n$ 。(請以  $n$  表示)(3 分)  
 (3) 請用數學歸納法證明你(妳)的推論是正確的。(6 分)

Sol :

$$(1) a_2 = \frac{3}{2} \quad a_3 = \frac{4}{3} \quad a_4 = \frac{5}{4}$$

$$(2) a_n = \frac{n+1}{n}$$

$$(3) \text{當 } n = 1, a_1 = \frac{1+1}{1} = 2, \text{ 成立。}$$

設  $n = k$  時猜測成立，即  $a_k = \frac{k+1}{k}$

設  $n = k + 1$  時，

$$\begin{aligned} a_{k+1} &= \frac{(k)(k+2)}{(k+1)^2} \times a_k = \frac{(k)(k+2)}{(k+1)^2} \times \frac{k+1}{k} \\ &= \frac{k+2}{k+1} = \frac{(k+1)+1}{k+1}, \text{ 猜測成立} \end{aligned}$$

故由數學歸納法原理得證  $a_n = \frac{n+1}{n}$

3、真善美高中的真班學生某次期中考成績統計如下：

- ① 三科皆及格有 15 位。  
 ② 國、英、數不及格人數依序為 8、16、19。  
 ③ 國英、國數、英數兩科不及格人數依序為 5、4、9。  
 ④ 三科皆不及格有 3 位。

試回答下列問題：

- (1) 至少有一科不及格的人數為何？(6 分)  
 (2) 真善美高中規定「二科或超過二科不及格的同學需參加課後補救教學，則真班學生需參加課後補救教學的人數為何？(6 分)

Sol :

依題意，可畫出右圖，可算出

(1) 28 人

(2) 12 人

