

課本P69-排列

課本P89-組合

台灣彩券共有威力彩、大樂透、今彩539等模式供彩迷下注。請問各彩券分別有多少投注數？

威力彩：選號分為兩區，從第1個選號區中的01~38的號碼中任選6個號碼，並從第2個選號區中的01~08的號碼中任選1個號碼進行投注。**共有22085448種選擇。**

台灣彩券共有威力彩、大樂透、今彩539等模式供彩迷下注。請問各彩券分別有多少投注數？

大樂透：從 01~49 中任選 6 個號碼進行投注。共有**13983816種選擇**。

今彩539：從 01~39 中任選 5 個號碼進行投注。共有**575757種選擇**。

台灣彩券共有威力彩、大樂透、今彩539等模式供彩迷下注。請問各彩券分別有多少投注數？

像這種只選取號碼而不管排列，這種選取稱為**組合**，所有組合的總數稱為**組合數**。

從 n 個不同的事物中取出 k 個為一組的組合數 C_k^n 。

前鎮高中期末摸獎，從 1 年級 15 個班中
選出 2 個班得獎：

不分獎項，共有 $C_2^{15} = 105$ 種得獎的組合

$$P_2^{15} = C_2^{15} \times 2!$$

前鎮高中期末摸獎，從 1 年級 15 個班中選出 2 個班得獎：

不分獎項，共有 $C_2^{15} = 105$ 種得獎的組合

前鎮高中期末摸獎，從 1 年級 15 個班中選出 2 個班得獎，頭獎為五月天演唱會門票，貳獎為董修身演唱會門票：

獎項不同，共有 $P_2^{15} = 210$ 種得獎的組合

從 n 個事物中取 k 個

組合數 $C_k^n = \frac{n!}{k! \times (n-k)!}$

$$0! = 1$$

講義P71頁例題1 (1)28 (2)28 (3)1 (4)1

例題 **1** 【配合課本例 1】

求下列各數：

(1) C_2^8

(2) C_6^8

(3) C_8^8

(4) C_0^8 .

$$C_k^n = C_{n-k}^n$$

從 n 個事物中取 k 個

組合數 $C_k^n = \frac{n!}{k! \times (n-k)!}$

排列數 $P_k^n = C_k^n \times k! = \frac{n!}{(n-k)!}$

$0! = 1$

從 n 個事物中取 k 個

組合數 $C_k^n = \frac{n!}{k! \times (n-k)!}$

排列數 $P_k^n = C_k^n \times k! = \frac{n!}{(n-k)!}$

$0! = 1$

請同學練習課本P71練習

請在下列空格內填入適當的數字：

(1) $P_2^5 =$ _____, (2) $P_5^5 =$ _____, (3) $P_3^{10} =$ _____.

(1)20 (2)120 (3)720

課本P91例題2 (1)120 (2)56

例題 2

從 10 個手球選手中選出 7 人上場比賽。

(1) 共有多少種選法？

(2) 若其中甲、乙兩人定位為守門員，必恰選一人，則共有多少種選法？

課本P91例題2 (1)120 (2)56

例題 2

從 10 個手球選手中選出 7 人上場比賽。

(1) 共有多少種選法？

(2) 若其中甲、乙兩人定位為守門員，必恰選一人，則共有多少種選法？

課本P92例題3 (1)1200

例題 3

由男生 10 人，女生 5 人中選出一個 5 人小組。

(1) 選出 3 名男生 2 名女生的選法共有多少種？

(2) 若規定男女生至少各有 2 人，則共有多少種選法？

課本P91例題2 (1)120 (2)56

例題 2

從 10 個手球選手中選出 7 人上場比賽。

(1) 共有多少種選法？

(2) 若其中甲、乙兩人定位為守門員，必恰選一人，則共有多少種選法？

課本P92例題3 (1)1200 (2)1650

例題 3

由男生 10 人，女生 5 人中選出一個 5 人小組。

(1) 選出 3 名男生 2 名女生的選法共有多少種？

(2) 若規定男女生至少各有 2 人，則共有多少種選法？

$$\underbrace{C_2^{10}}_{\text{先選2男}} \times \underbrace{C_2^5}_{\text{先選2女}} \times \underbrace{C_1^{11}}_{\text{任選1人}}$$

課本P91例題2 (1)120 (2)56

例題 2

從 10 個手球選手中選出 7 人上場比賽。

(1) 共有多少種選法？

(2) 若其中甲、乙兩人定位為守門員，必恰選一人，則共有多少種選法？

課本P92例題3 (1)1200 (2)1650

例題 3

由男生 10 人，女生 5 人中選出一個 5 人小組。

(1) 選出 3 名男生 2 名女生的選法共有多少種？

(2) 若規定男女生至少各有 2 人，則共有多少種選法？

$$\underbrace{C_2^{10}}_{\text{先選2男}} \times \underbrace{C_3^5}_{\text{選3女}} \times \underbrace{C_1^{11}}_{\text{任選1人}}$$


課本P91例題2 (1)120 (2)56

例題 2

從 10 個手球選手中選出 7 人上場比賽。

(1) 共有多少種選法？

(2) 若其中甲、乙兩人定位為守門員，必恰選一人，則共有多少種選法？

課本P92例題3 (1)1200 (2)1650

例題 3

由男生 10 人，女生 5 人中選出一個 5 人小組。

(1) 選出 3 名男生 2 名女生的選法共有多少種？

(2) 若規定男女生至少各有 2 人，則共有多少種選法？

$$\underbrace{C_2^{10}}_{\text{先選2男}} \times \underbrace{C_2^5}_{\text{先選2女}} \times \underbrace{C_1^{11}}_{\text{任選1人}}$$

男or女

課本P91例題2 (1)120 (2)56

例題 2

從 10 個手球選手中選出 7 人上場比賽。

(1) 共有多少種選法？

(2) 若其中甲、乙兩人定位為守門員，必恰選一人，則共有多少種選法？

課本P92例題3 (1)1200 (2)1650

例題 3

由男生 10 人，女生 5 人中選出一個 5 人小組。

(1) 選出 3 名男生 2 名女生的選法共有多少種？

(2) 若規定男女生至少各有 2 人，則共有多少種選法？

(2)注意！乘法原理藏有順序！

講義P72頁例題2 (1) 210 (2) 112

例題 2 【配合課本例 2】

從 10 個排球選手中選出 6 人上場比賽。

(1) 共有多少種選法？

(2) 若其中甲乙兩人定位為舉球員，必恰選一人，則共有多少種選法？

講義P72頁例題2 (1) 210 (2) 112

例題 2 【配合課本例 2】

從 10 個排球選手中選出 6 人上場比賽。

(1) 共有多少種選法？

(2) 若其中甲乙兩人定位為舉球員，必恰選一人，則共有多少種選法？

講義P72頁例題3 (1) 1440 (2) 240

例題 3 【常考題】

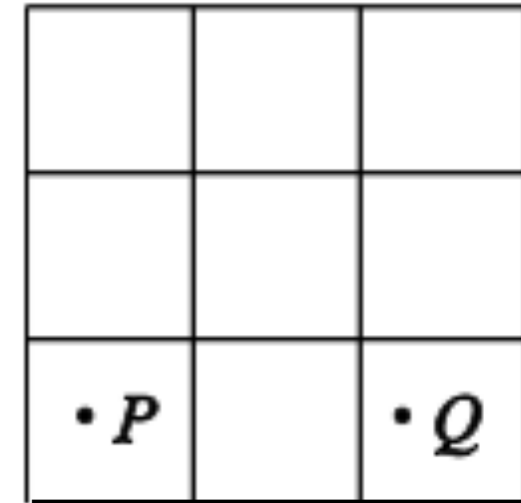
(1) 將 a, b, c, d, e, f, g 共七個字母排一列，求 e, f, g 完全分開的方法數。

(2) 將 a, b, c, d, e, e, e 共七個字母排一列，求三個 e 完全分開的方法數。

講義P74例題5 (1) 36

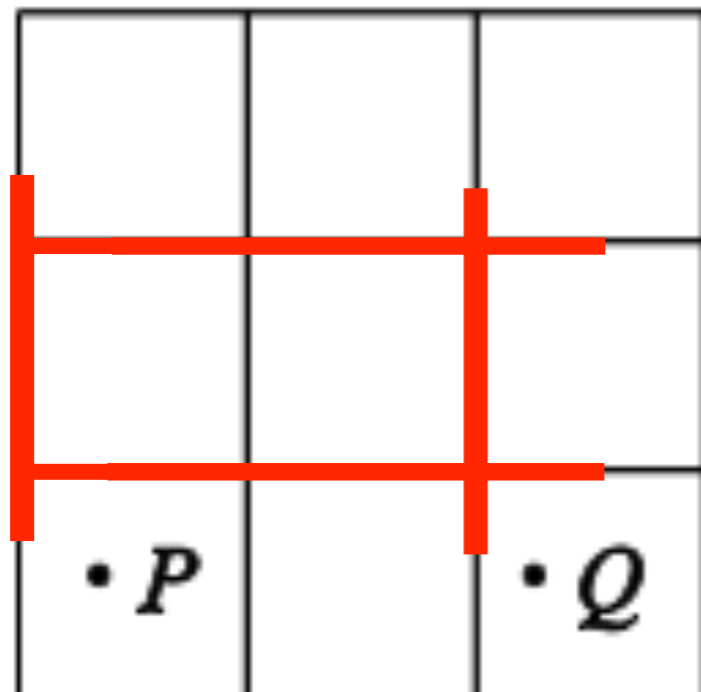
例題 5 【配合課本例 4】

已知兩組互相垂直的平行線段，相交如右圖。



- (1) 共有多少個矩形？
- (2) 包含 P 點的矩形有多少個？
- (3) 至少包含 P 或 Q 兩點之一的矩形共有多少個？

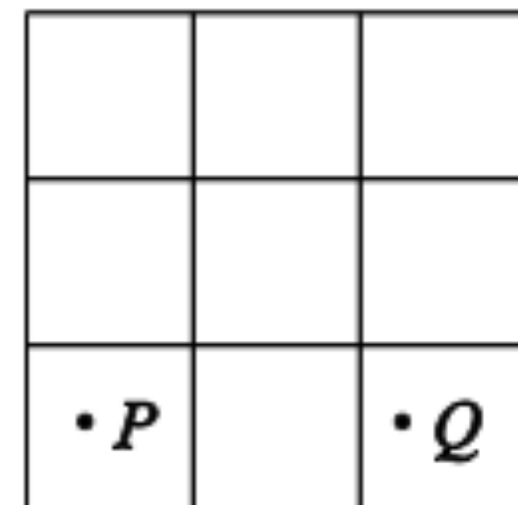
(1)



講義P74例題5 (1) 36

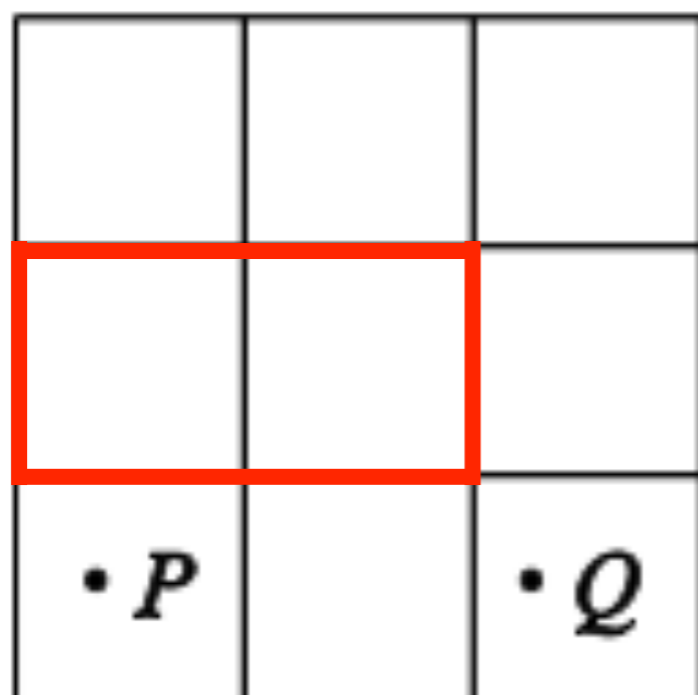
例題 5 【配合課本例 4】

已知兩組互相垂直的平行線段，相交如右圖。



- (1) 共有多少個矩形？
- (2) 包含 P 點的矩形有多少個？
- (3) 至少包含 P 或 Q 兩點之一的矩形共有多少個？

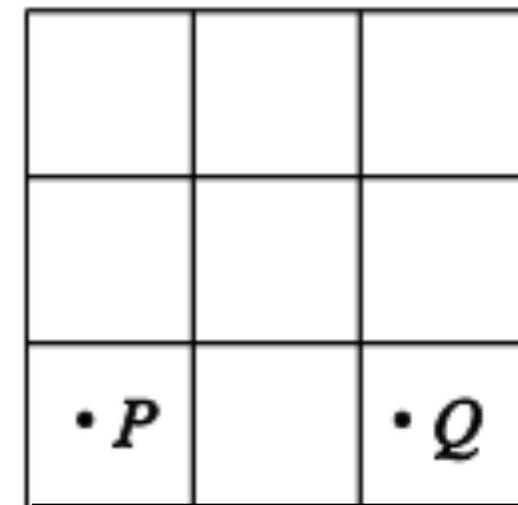
(2)



講義P74例題5 (1) 36 (2) 9

例題 5 【配合課本例 4】

已知兩組互相垂直的平行線段，相交如右圖。

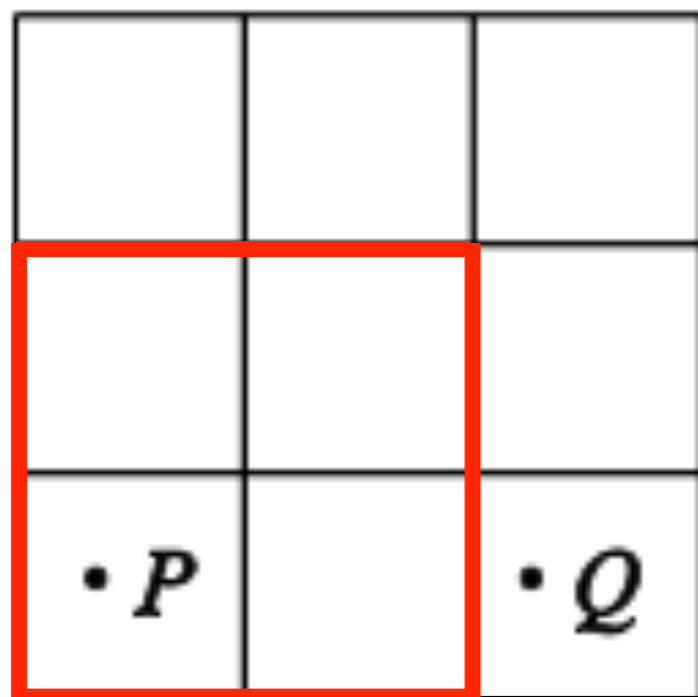


(1) 共有多少個矩形？

(2) 包含 P 點的矩形有多少個？

(3) 至少包含 P 或 Q 兩點之一的矩形共有多少個？

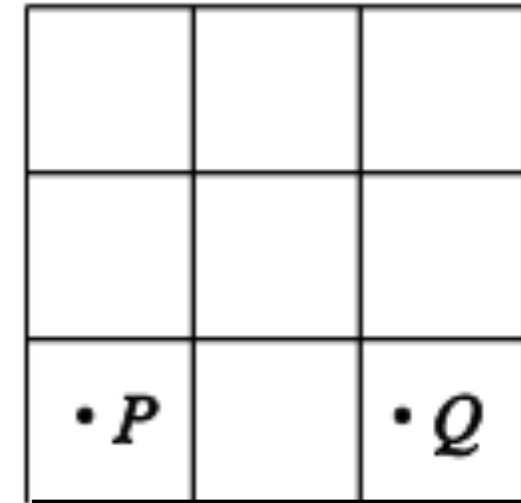
(2)



講義P74例題5 (1) 36 (2) 9

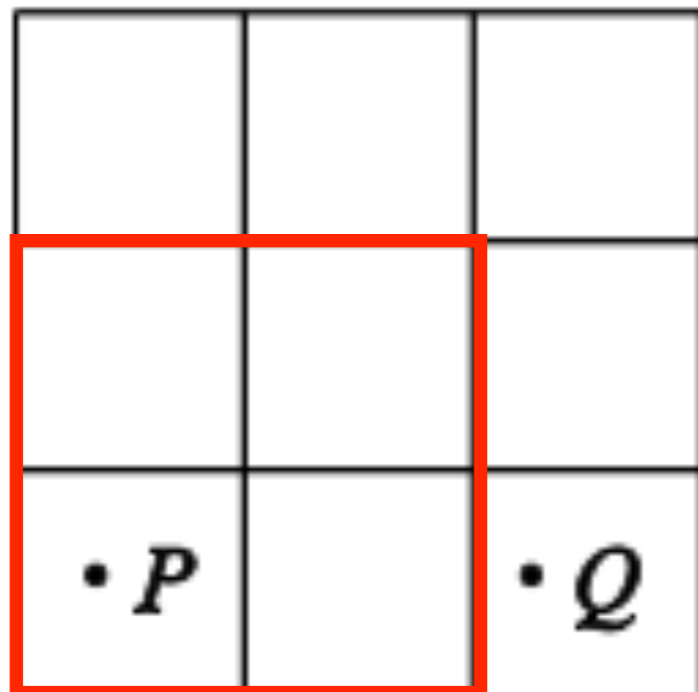
例題 5 【配合課本例 4】

已知兩組互相垂直的平行線段，相交如右圖。



- (1) 共有多少個矩形？
- (2) 包含 P 點的矩形有多少個？
- (3) 至少包含 P 或 Q 兩點之一的矩形共有多少個？

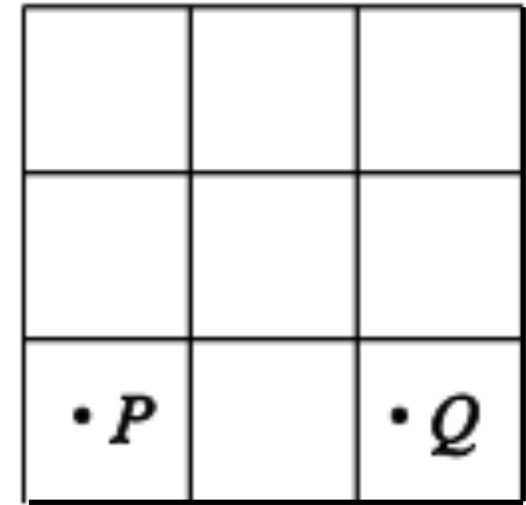
(3)



講義P74例題5 (1) 36 (2) 9

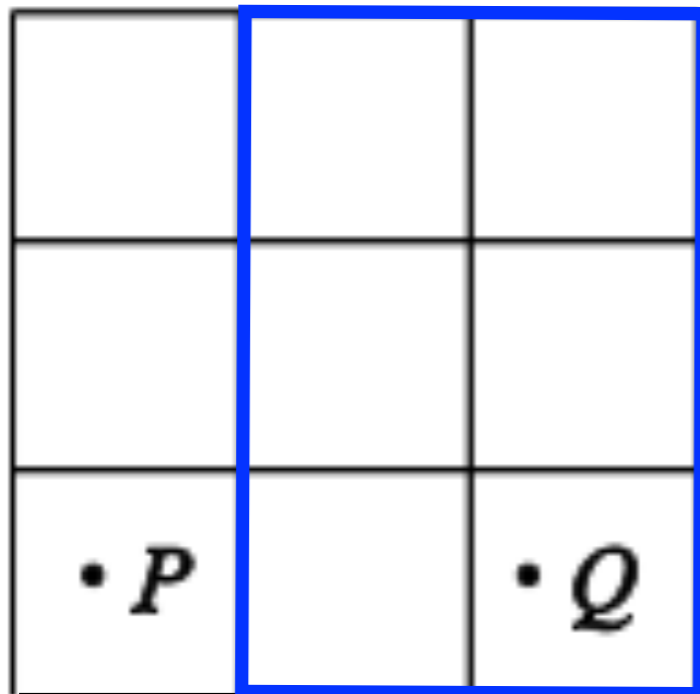
例題 5 【配合課本例 4】

已知兩組互相垂直的平行線段，相交如右圖。



- (1) 共有多少個矩形？
- (2) 包含 *P* 點的矩形有多少個？
- (3) 至少包含 *P* 或 *Q* 兩點之一的矩形共有多少個？

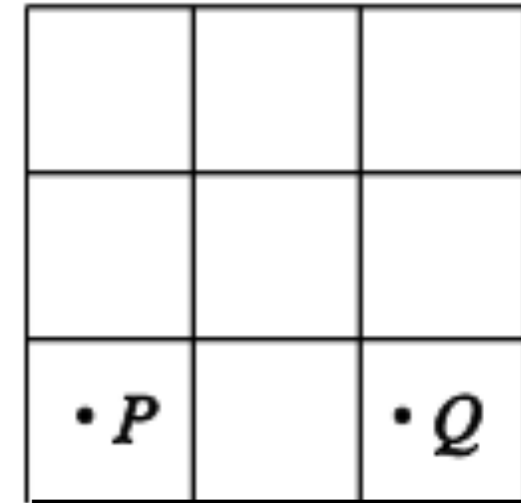
(3)



講義P74例題5 (1) 36 (2) 9

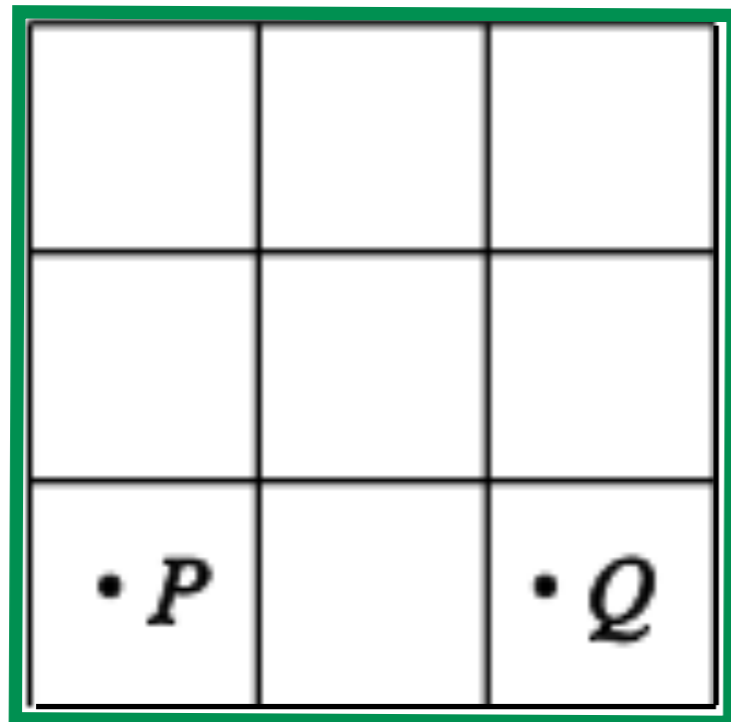
例題 5 【配合課本例 4】

已知兩組互相垂直的平行線段，相交如右圖。



- (1) 共有多少個矩形？
- (2) 包含 P 點的矩形有多少個？
- (3) 至少包含 P 或 Q 兩點之一的矩形共有多少個？

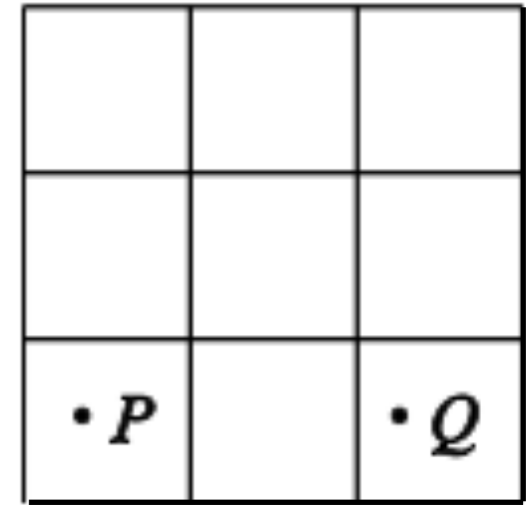
(3)



講義P74例題5 (1) 36 (2) 9 (3) 15

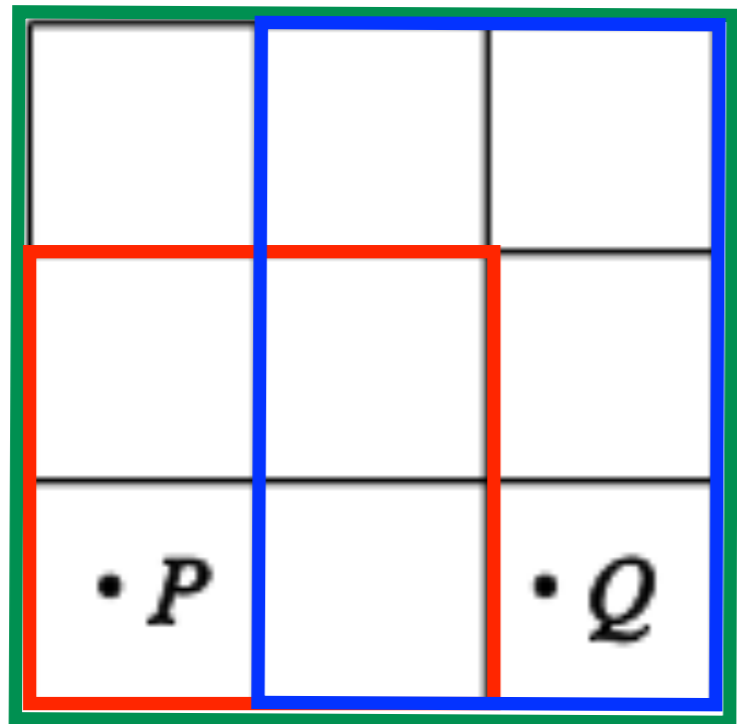
例題 5 【配合課本例 4】

已知兩組互相垂直的平行線段，相交如右圖。



- (1) 共有多少個矩形？
- (2) 包含 P 點的矩形有多少個？
- (3) 至少包含 P 或 Q 兩點之一的矩形共有多少個？

(3)



講義P74例題6 (1) 210 (2) 120 (3) 80

例題 6 【常考題】

某公寓住戶想從 5 對夫婦中，選出 4 人組成管理委員會，求下列選法各有多少種？

- (1) 任意選。 (2) 選出的 4 人恰有一對夫婦。 (3) 夫婦不可同時入選。

講義P74例題6 (1) 210 (2) 120 (3) 80

例題 6 【常考題】

某公寓住戶想從 5 對夫婦中，選出 4 人組成管理委員會，求下列選法各有多少種？

- (1) 任意選。 (2) 選出的 4 人恰有一對夫婦。 (3) 夫婦不可同時入選。

講義P75例題7 (1) 26 (2) 354

例題 7 【常考題】

從「internet」一字共 8 個字母中，求

- (1) 任取 4 個字母為一組，共有多少種組合？
(2) 任取 4 個字母排成一行，共有多少種排列數？

課本P93例題5

例題5

證明下列兩個組合數的性質：

(1) 當 $0 \leq k \leq n$ 時, $C_k^n = C_{n-k}^n$.

(2) 當 $1 \leq k \leq n-1$ 時, $C_k^n = C_k^{n-1} + C_{k-1}^{n-1}$.

(1) 從 n 人中選取 k 人為一組
必也留下 $n-k$ 人未被選取

課本P93例題5

例題5

證明下列兩個組合數的性質：

(1) 當 $0 \leq k \leq n$ 時， $C_k^n = C_{n-k}^n$ 。

(2) 當 $1 \leq k \leq n-1$ 時， $C_k^n = C_k^{n-1} + C_{k-1}^{n-1}$ 。

(2) C_k^n 為自 n 人選取 k 人為一組的組合數

假設甲為此 n 人中之一人

可分為：**甲未被選中** 或 **甲有被選中**

課本P93例題5

例題5

證明下列兩個組合數的性質：

(1) 當 $0 \leq k \leq n$ 時, $C_k^n = C_{n-k}^n$.

(2) 當 $1 \leq k \leq n-1$ 時, $C_k^n = C_k^{n-1} + C_{k-1}^{n-1}$.

(2) C_k^n 為自 n 人選取 k 人為一組的組合數

假設甲為此 n 人中的一人

可分為：**甲未被選中** 或 **甲有被選中**

$$C_k^{n-1}$$

$$C_{k-1}^{n-1}$$

練習

講義P76頁例題8 (1) 1 or 3 (2) 1140

例題 **8** 【配合課本例 5】

(1) 已知 $C_{2k}^{10} = C_{k+1}^{10}$ ，求 k 的值。

(2) 求 $C_2^2 + C_2^3 + C_2^4 + \cdots + C_2^{19}$ 的值。

練習

講義P76頁例題8 (1) 1 or 3 (2) 1140

例題 **8** 【配合課本例 5】

(1) 已知 $C_{2k}^{10} = C_{k+1}^{10}$ ，求 k 的值。

(2) 求 $C_2^2 + C_2^3 + C_2^4 + \cdots + C_2^{19}$ 的值。

講義P77頁例題9 $n = 14$ ， $r = 5$

例題 **9** 【常考題】

設 n, r 為正整數，且 $n-1 > r$ ，若 $C_r^{n-1} : C_r^n : C_r^{n+1} = 6 : 9 : 13$ ，求 n, r 的值。

課本P71例題1 720

例題 1

學校舉辦獨唱比賽共有 6 位同學報名參加，出場順序由抽籤決定。請問共有多少種可能的抽籤結果？

課本P71例題1 720

例題 1

學校舉辦獨唱比賽共有 6 位同學報名參加，出場順序由抽籤決定。請問共有多少種可能的抽籤結果？

請同學練習課本P71練習 120

縣長選舉共有 5 人登記參選，參選號次由抽籤決定。請問共有多少種可能的抽籤結果？

課本P73例題2 840

例題 2

某歌手想從 7 首歌中，選出 4 首在簽唱會中依序表演，其安排的方案共有多少種？

課本P73例題2 840

例題 2

某歌手想從 7 首歌中，選出 4 首在簽唱會中依序表演，其安排的方案共有多少種？

請同學練習講義P57例題2 6720

例題 2 【配合課本例 2】

川劇變臉是將選定的臉譜依序黏在臉上，藉快速逐一扯下臉譜達到變臉效果的把戲。今變臉師傅想從 8 張臉譜中，選出 5 張並依序表演一段變臉秀，共有多少種方法？

課本P73例題3 648

例題 3

從 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 等十個數字中，任選 3 個相異數字排成三位數，共可排出多少個？

課本P73例題3 648

例題 3

從 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 等十個數字中，任選 3 個相異數字排成三位數，共可排出多少個？

請同學練習講義P58演練4 100

演練 4-1

從 6 個同學中選出 3 名參加辯論比賽，並排定一辯、二辯與三辯的名單。若其中甲同學不適合擔任三辯，則出賽名單的安排共有多少種？

課本P74例題4

例題4

男生 4 人及女生 3 人排成一列拍照。求下列各種排列的方法數：

(1) 女生 3 人完全相鄰。

(2) 女生 3 人完全分開。

(1)720 (2)1440

課本P76例題5 4088

例題5

學校想從 10 名學生中選派 4 人分別到臺大、臺師大、清大與交大等四所大學參加研習，其中甲同學不到臺大，乙同學不到交大，請問共有多少種選派的方案？

課本P76例題5 4088

例題5

學校想從 10 名學生中選派 4 人分別到臺大、臺師大、清大與交大等四所大學參加研習，其中甲同學不到臺大，乙同學不到交大，請問共有多少種選派的方案？

請同學練習課本P76練習 78

全家 5 人排一列依序上公車，若爸爸不排首位，么兒不排末位，則共有多少種排法？

講義P60例題7 (1)100 (2)32640

例題 7 【常考題】

用 0, 1, 2, 3, 4, 5 共 6 個數字作成三位數，數字不重複。

(1) 共可作成多少個三位數？

(2) 求所有作成三位數的總和。

講義P60例題7 (1)100 (2)32640

例題 7 【常考題】

用 0, 1, 2, 3, 4, 5 共 6 個數字作成三位數，數字不重複。

(1) 共可作成多少個三位數？

(2) 求所有作成三位數的總和。

請同學練習講義P60演練 (1)36 (2)40

演練 7

承例題，求

(1) 其中 5 的倍數有多少個？

(2) 其中 3 的倍數有多少個？

講義P59例題6 (1)76 (2)78 (3)64

例題 6 【配合課本例 5】

甲、乙、丙、丁、戊共五人排成一列，則下列排列方法各多少？

- (1)甲不排首。 (2)甲不排首，乙不排尾。
(3)甲不排首，乙不排尾，丙不排中。

講義P59例題6 (1)76 (2)78 (3)64

例題 6 【配合課本例 5】

甲、乙、丙、丁、戊共五人排成一列，則下列排列方法各多少？

(1)甲不排首。 (2)甲不排首，乙不排尾。

(3)甲不排首，乙不排尾，丙不排中。

請同學練習講義P58例題5 (1)48 (2)72

例題 5 【配合課本例 4】

(3)24 (4)36

甲、乙、丙、丁、戊共五人排成一列，則下列排列方法各多少？

(1)甲乙相鄰。 (2)丙丁分開。

(3)甲乙相鄰且丙丁分開。 (4)甲乙相鄰且甲丙分開。

課本P78例題6 35

例題6

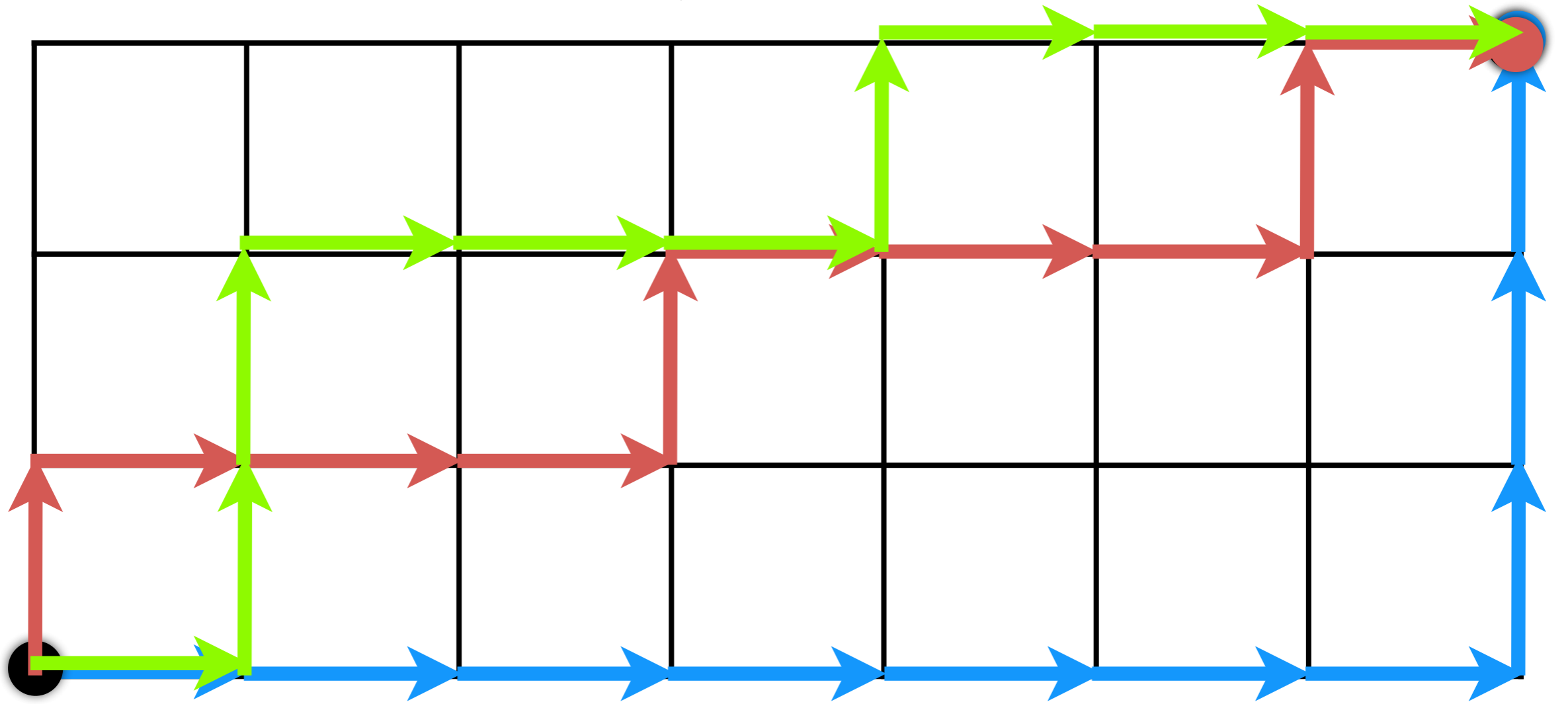
甲、乙兩人負責在 7 天年假期間到公司值班，其中甲值班 4 天，乙值班 3 天。請問年假值班的安排共有多少種？

值班安排可視作將4個甲及3個乙排成一列

甲 甲 乙 甲 甲 乙 乙

乙 乙 乙 甲 甲 甲 甲

捷徑

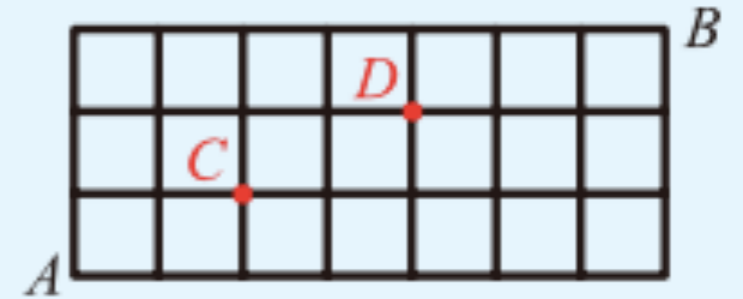


課本P79例題7

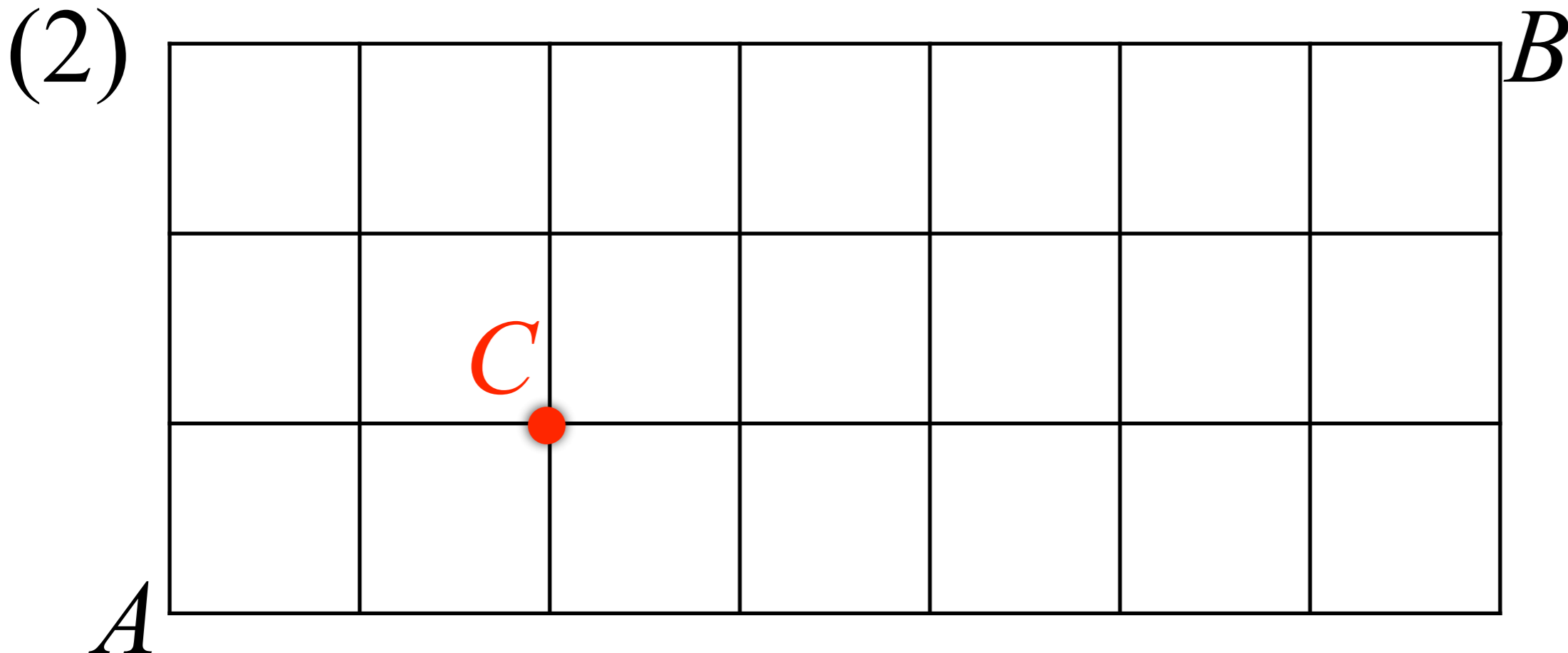
例題 7

在右圖的棋盤街道中，從 A 到 B 走捷徑，求下列情形各有多少種方法？

- (1) 任意走捷徑。
- (2) 經 C 點。
- (3) 經 C 點或經 D 點。
- (4) 不經 C 點且不經 D 點。



(1) 120

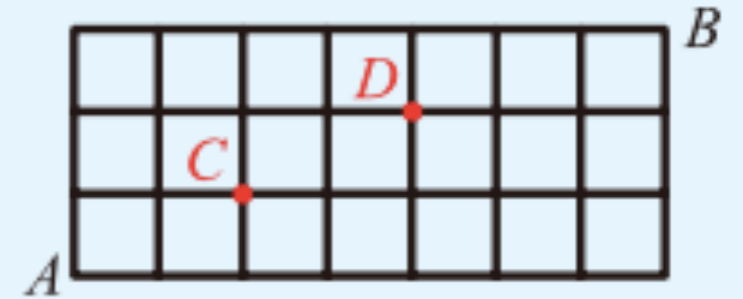


課本P79例題7

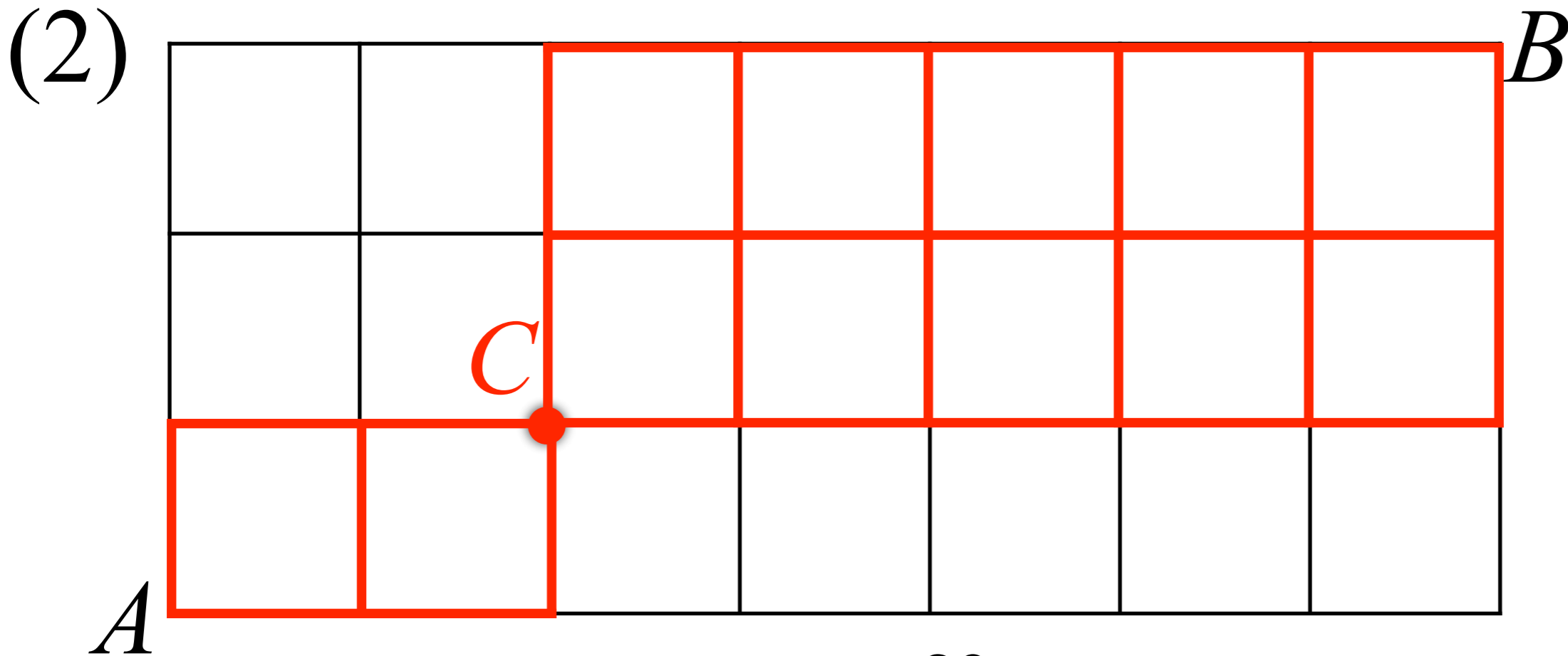
例題 7

在右圖的棋盤街道中，從 A 到 B 走捷徑，求下列情形各有多少種方法？

- (1) 任意走捷徑。
- (2) 經 C 點。
- (3) 經 C 點或經 D 點。
- (4) 不經 C 點且不經 D 點。



(1) 120 (2) 63

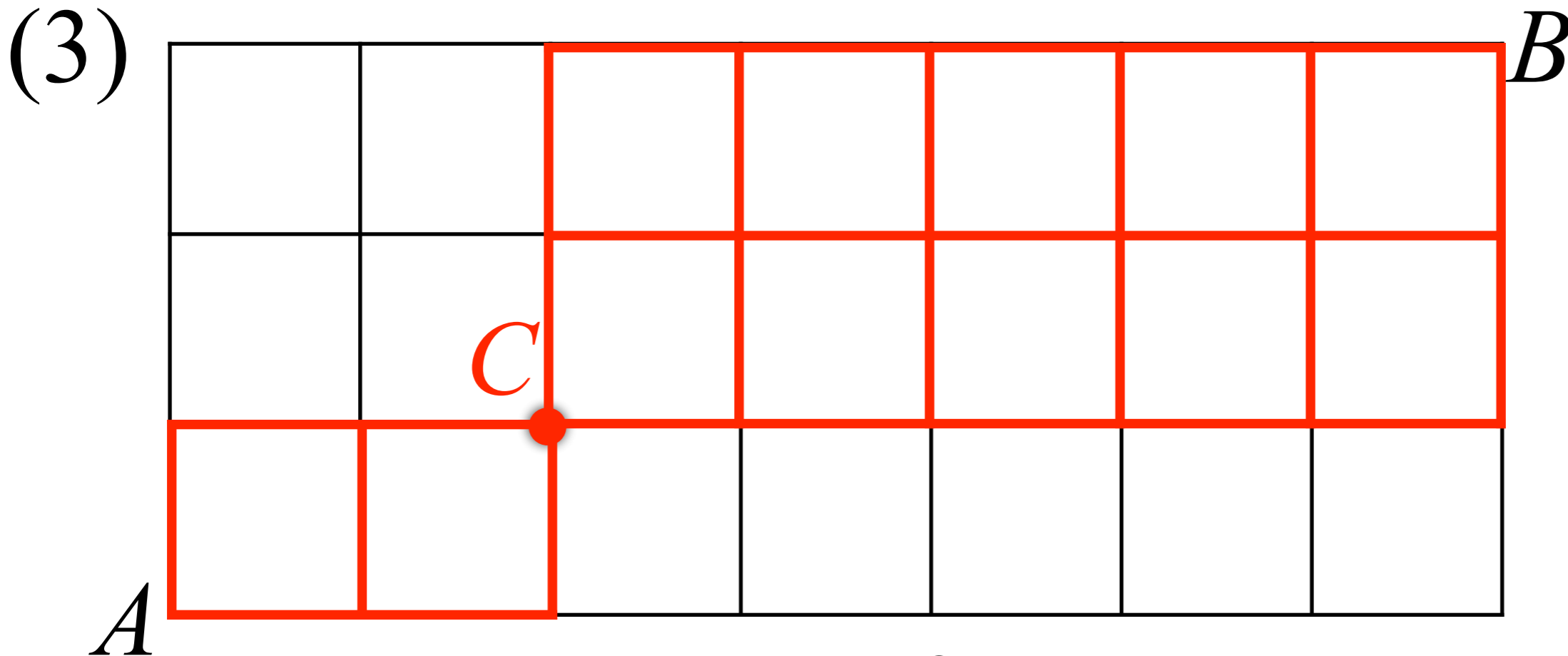
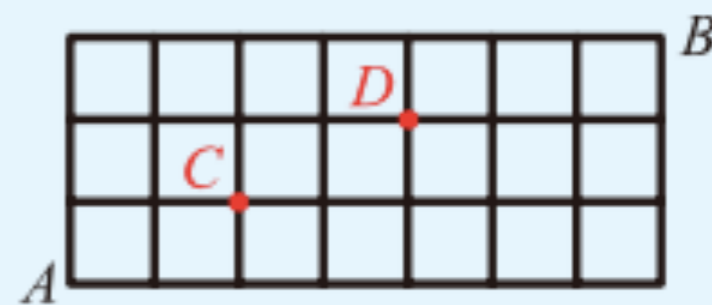


課本P79例題7

例題 7

在右圖的棋盤街道中，從 A 到 B 走捷徑，求下列情形各有多少種方法？

- (1) 任意走捷徑。
- (2) 經 C 點。
- (3) 經 C 點或經 D 點。
- (4) 不經 C 點且不經 D 點。

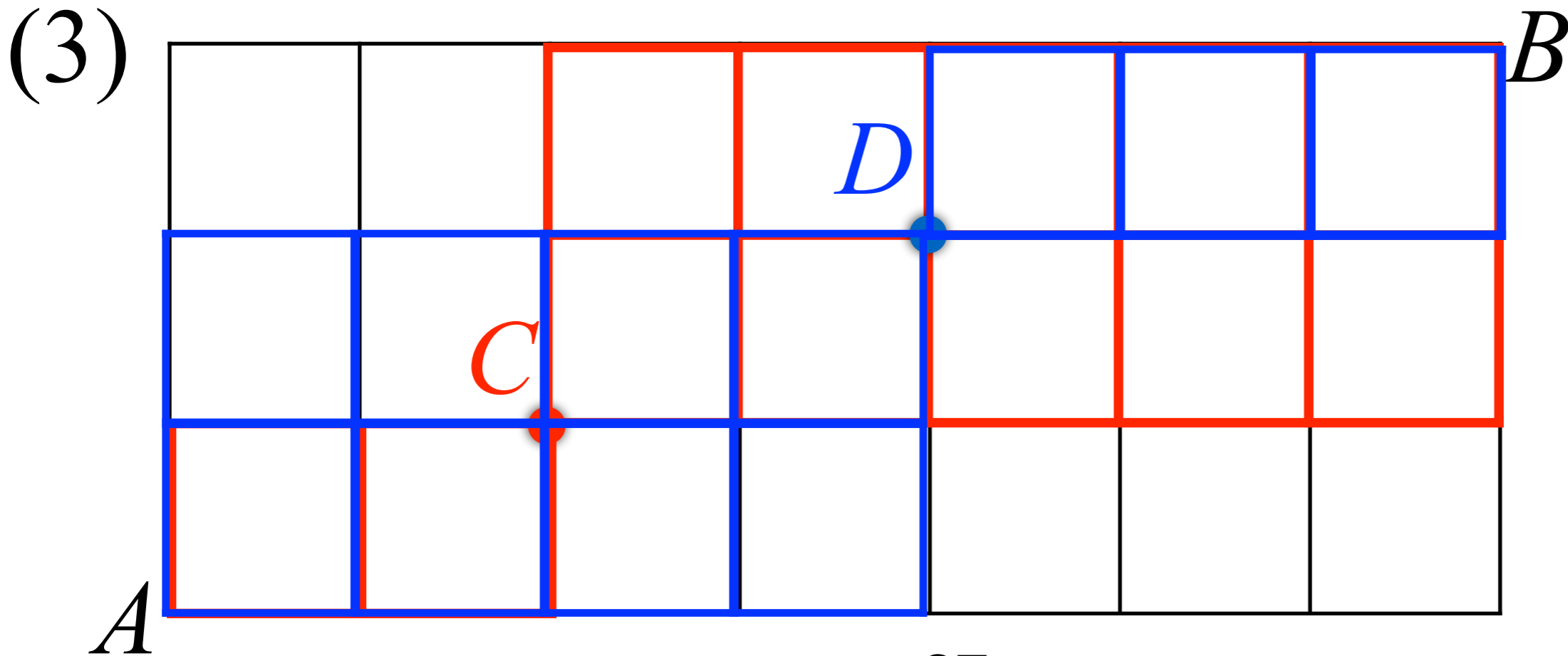
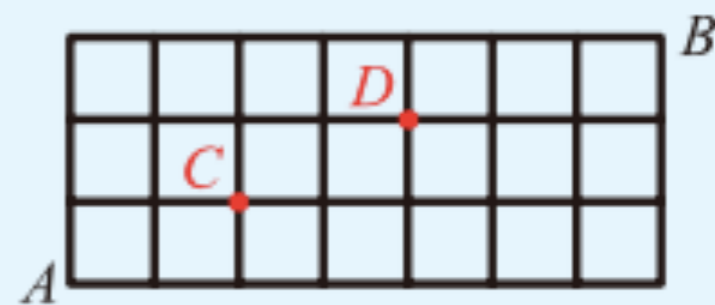


課本P79例題7

例題 7

在右圖的棋盤街道中，從 A 到 B 走捷徑，求下列情形各有多少種方法？

- (1) 任意走捷徑。
- (2) 經 C 點。
- (3) 經 C 點或經 D 點。
- (4) 不經 C 點且不經 D 點。

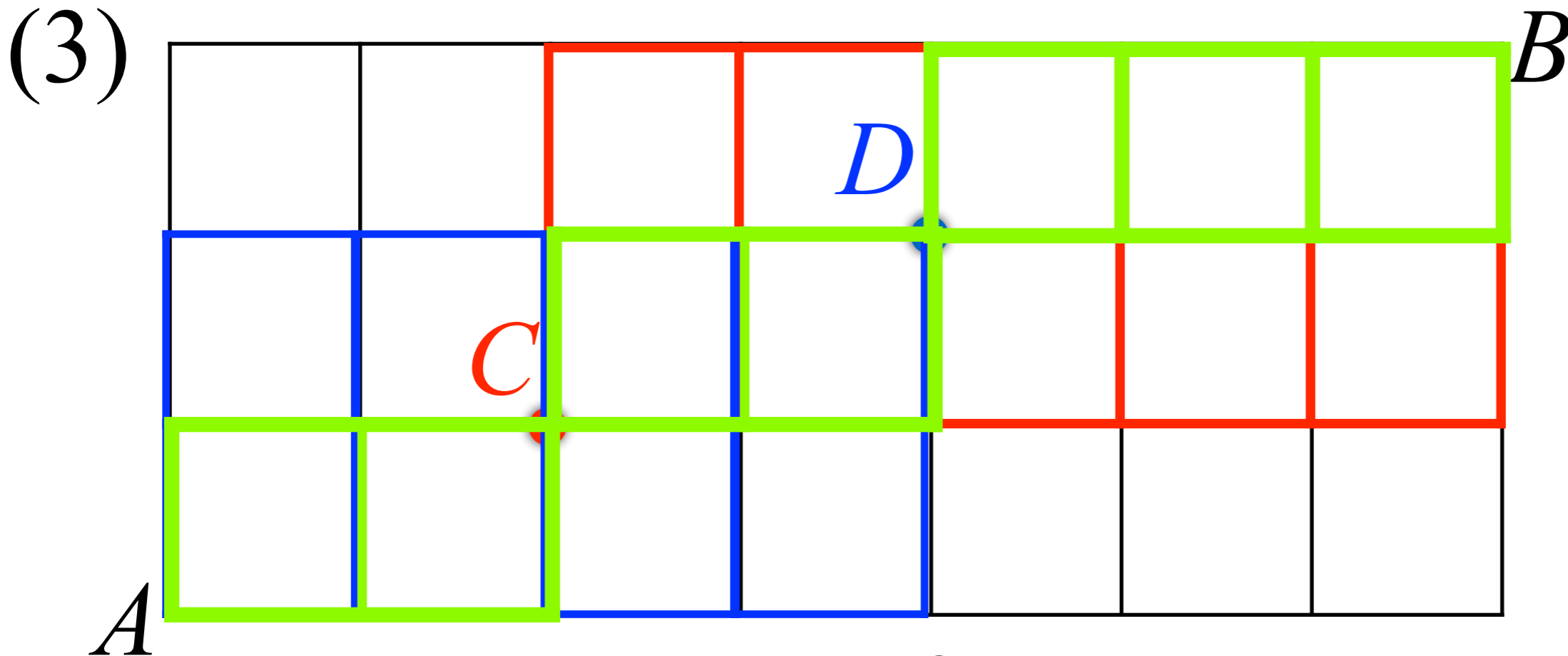
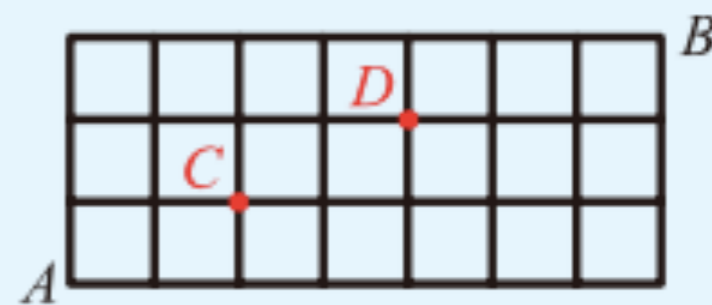


課本P79例題7

例題 7

在右圖的棋盤街道中，從 A 到 B 走捷徑，求下列情形各有多少種方法？

- (1) 任意走捷徑。
- (2) 經 C 點。
- (3) 經 C 點或經 D 點。
- (4) 不經 C 點且不經 D 點。

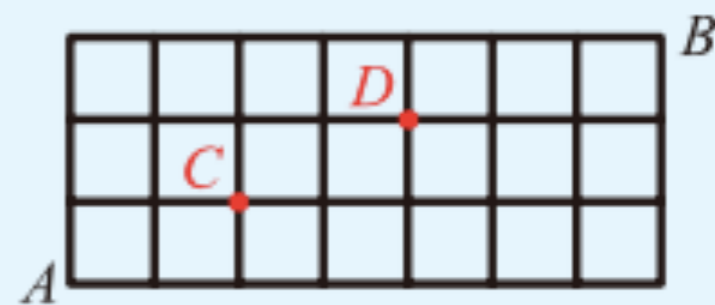


課本P79例題7

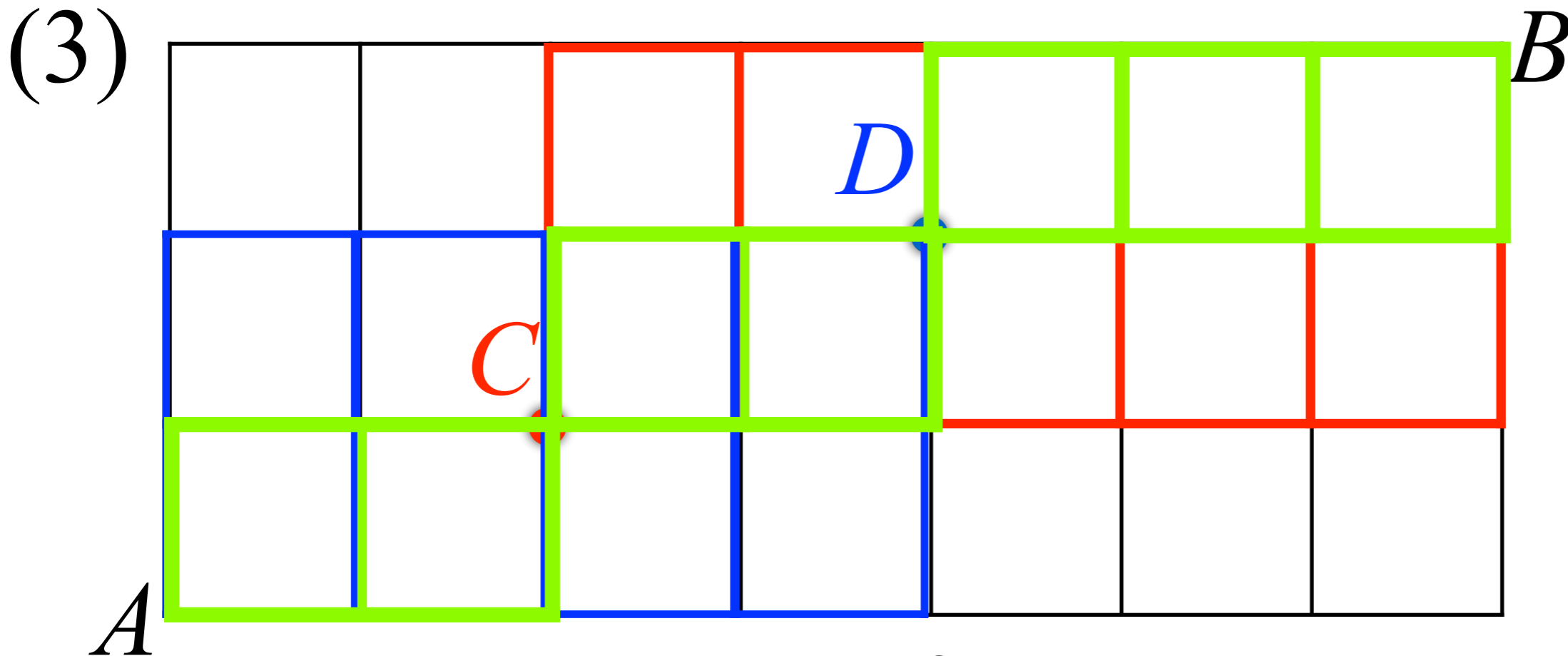
例題 7

在右圖的棋盤街道中，從 A 到 B 走捷徑，求下列情形各有多少種方法？

- (1) 任意走捷徑。
- (2) 經 C 點。
- (3) 經 C 點或經 D 點。
- (4) 不經 C 點且不經 D 點。



(3) 87種

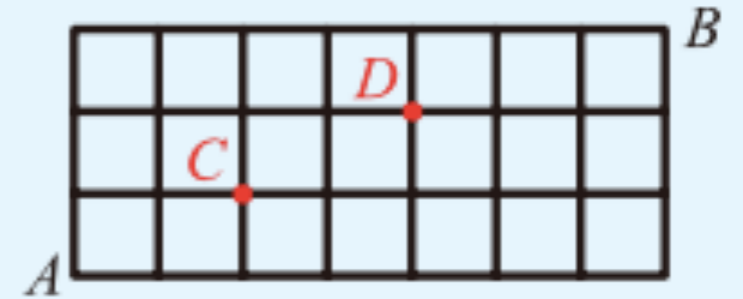


課本P79例題7

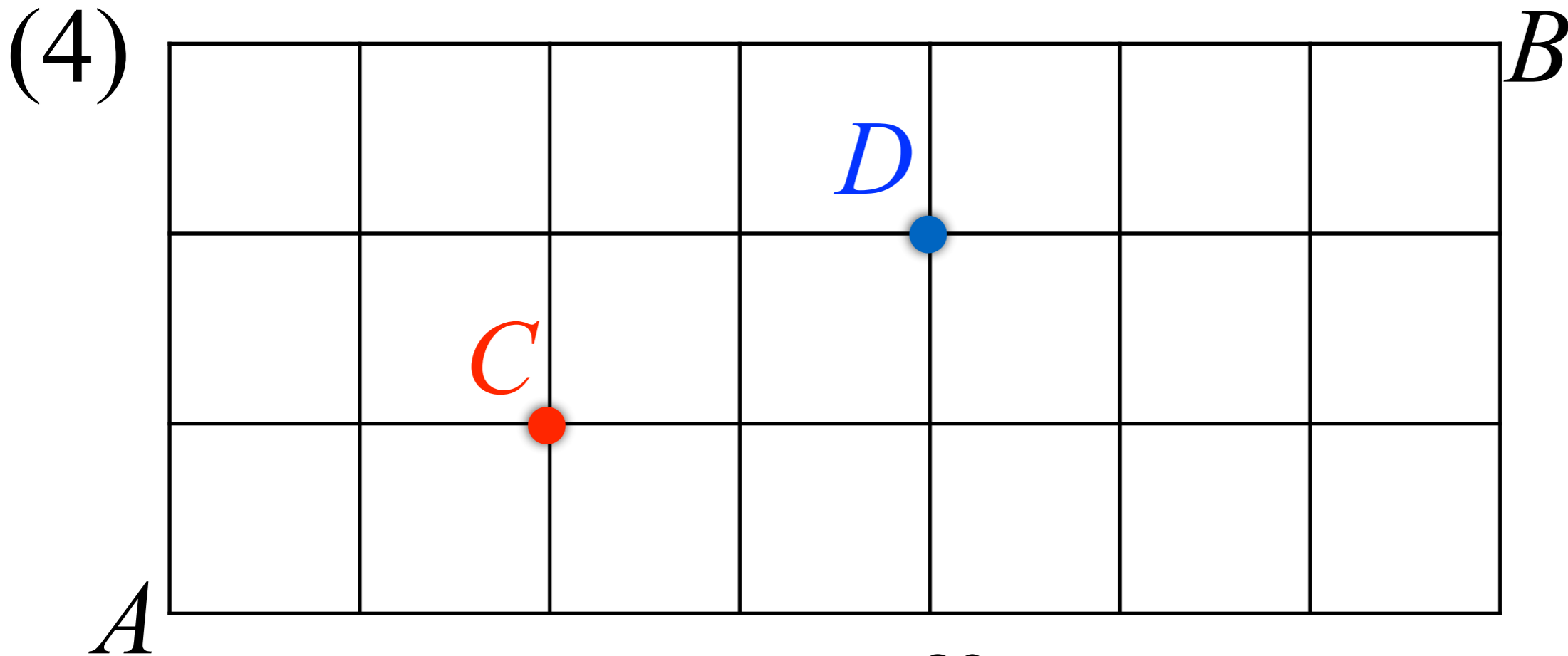
例題 7

在右圖的棋盤街道中，從 A 到 B 走捷徑，求下列情形各有多少種方法？

- (1) 任意走捷徑。
- (2) 經 C 點。
- (3) 經 C 點或經 D 點。
- (4) 不經 C 點且不經 D 點。



(4) 33種

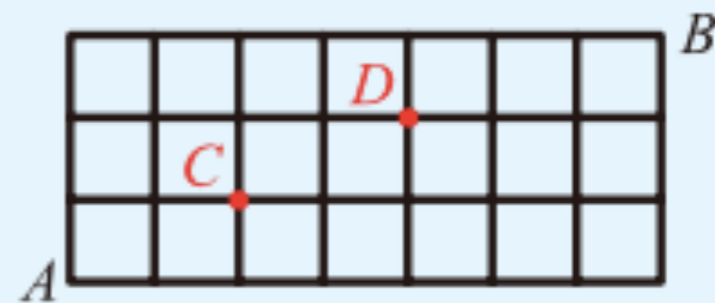


課本P79例題7

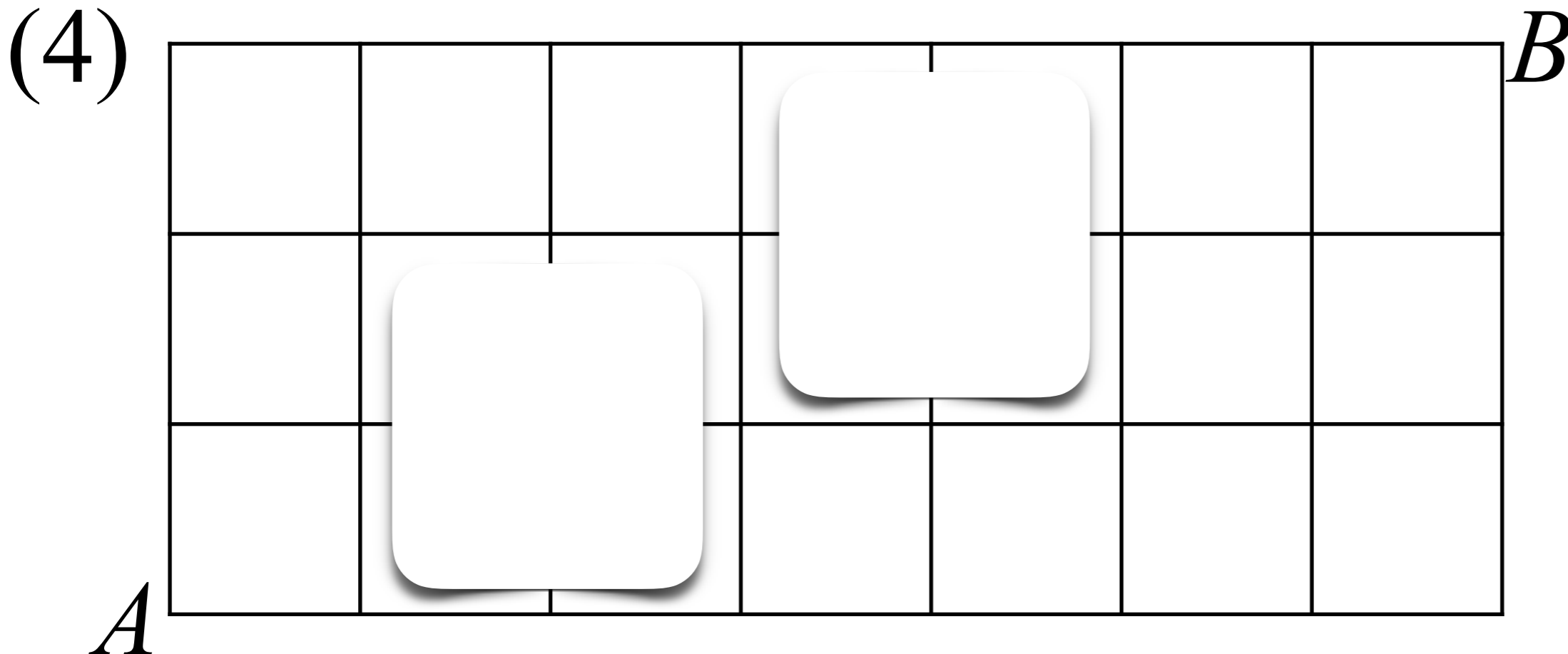
例題 7

在右圖的棋盤街道中，從 A 到 B 走捷徑，求下列情形各有多少種方法？

- (1) 任意走捷徑。
- (2) 經 C 點。
- (3) 經 C 點或經 D 點。
- (4) 不經 C 點且不經 D 點。



(4) 33種

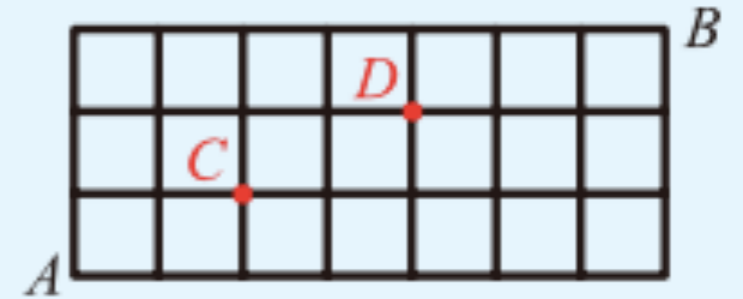


課本P79例題7

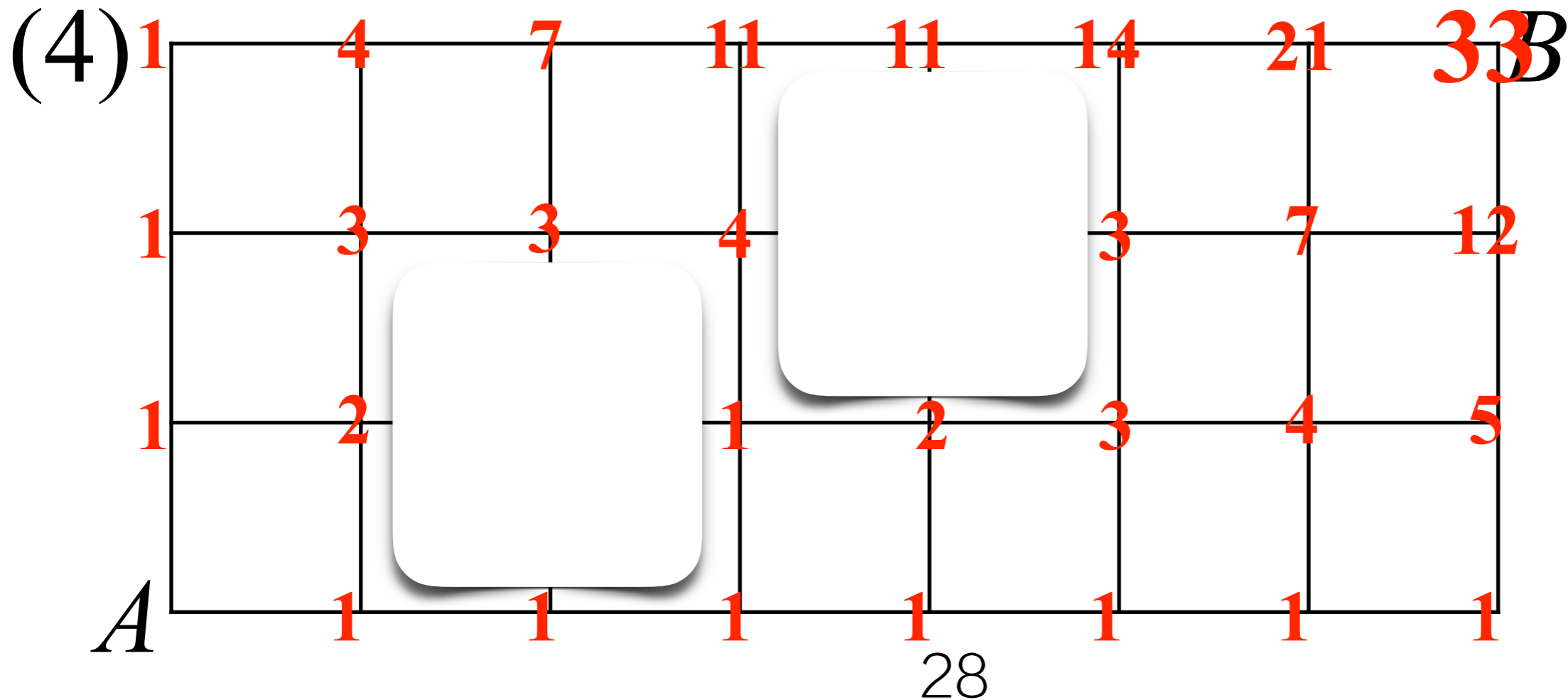
例題 7

在右圖的棋盤街道中，從 A 到 B 走捷徑，求下列情形各有多少種方法？

- (1) 任意走捷徑。
- (2) 經 C 點。
- (3) 經 C 點或經 D 點。
- (4) 不經 C 點且不經 D 點。



(4) 33種



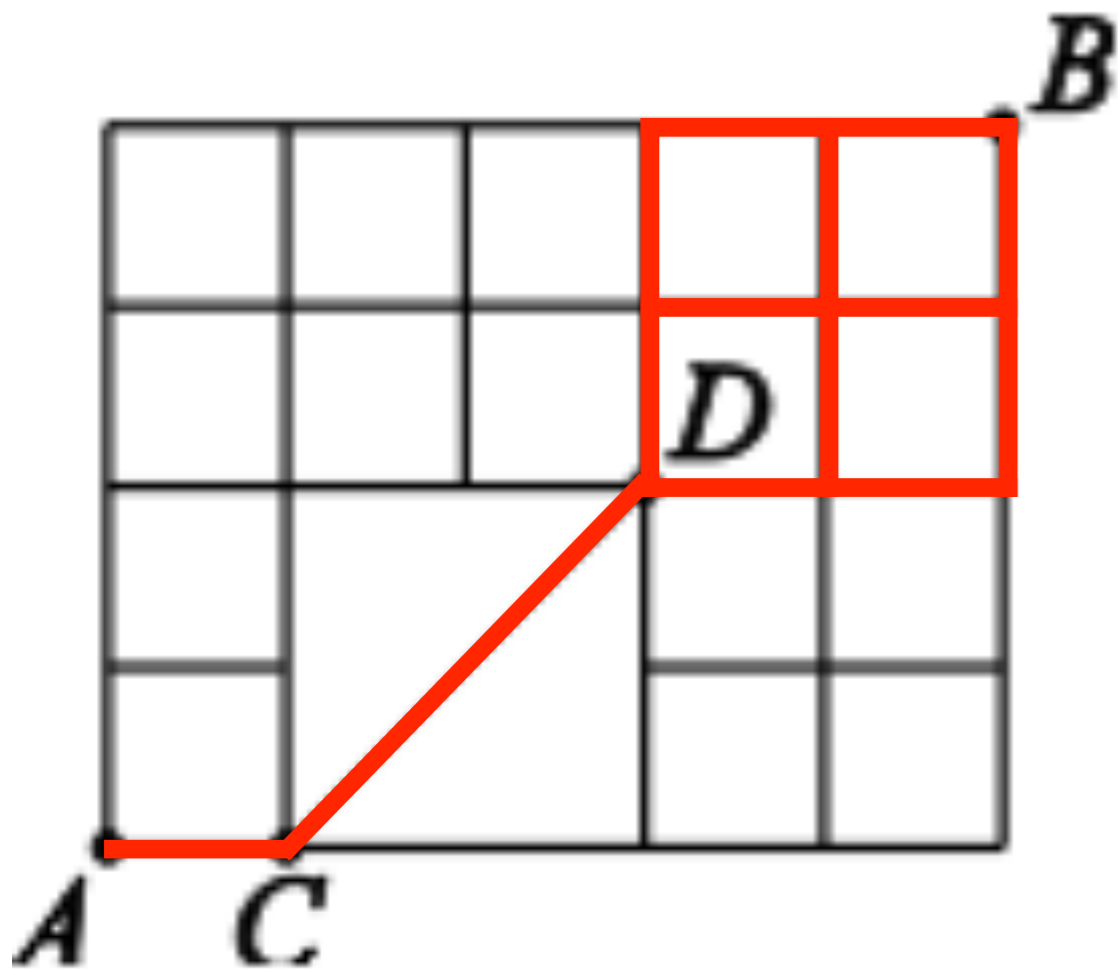
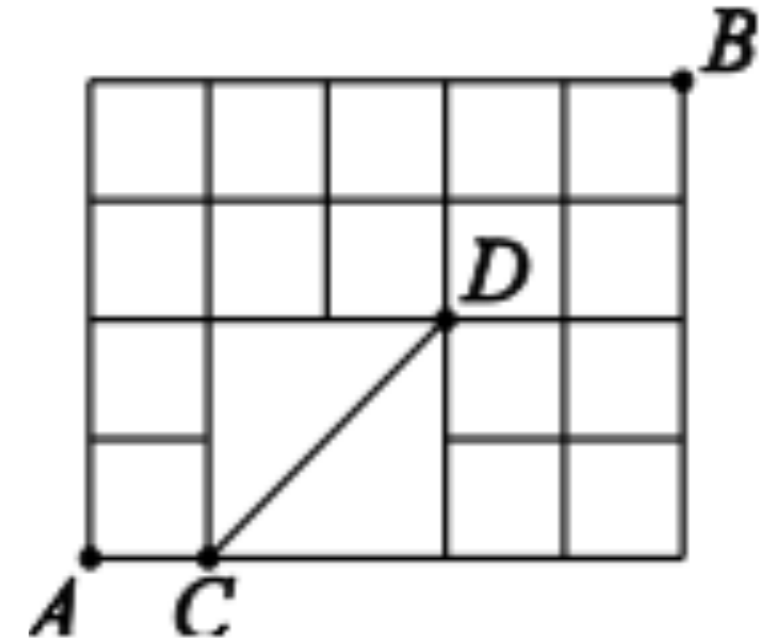
請同學練習講義P63例題10

例題 10 【常考題】

右圖為一含有斜線的棋盤街道，從 A 到 B 走捷徑，回答下列問題：

- (1) 共有多少種走法？
- (2) 若將對角線 \overline{CD} 拆除，則共有多少種走法？

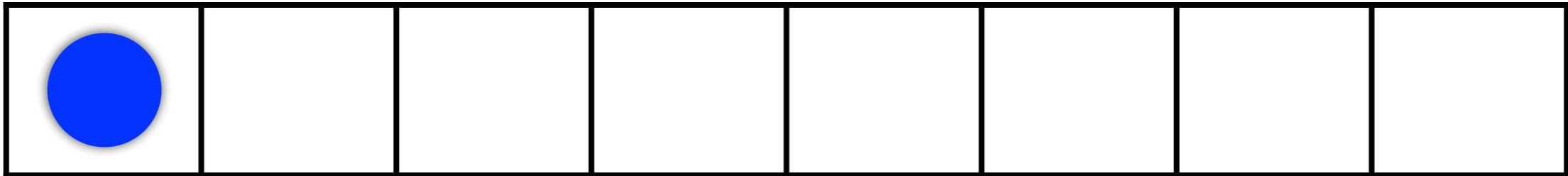
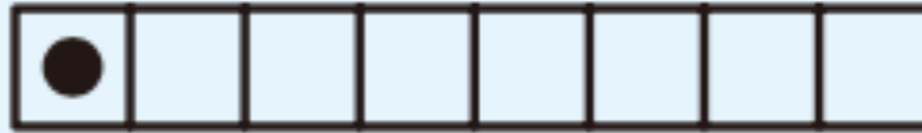
(1) 6 (2) 66



課本P81例題8

例題 8

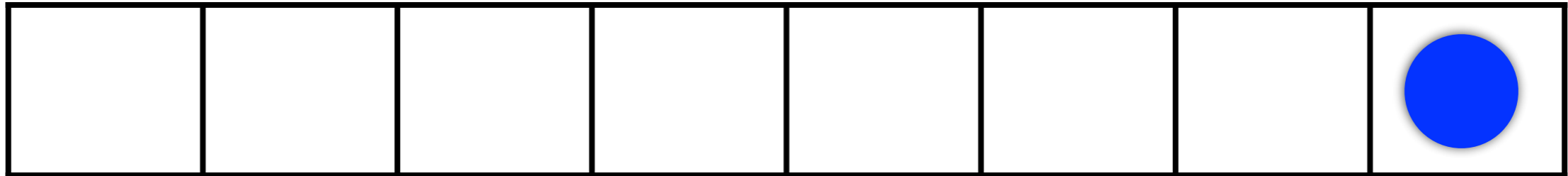
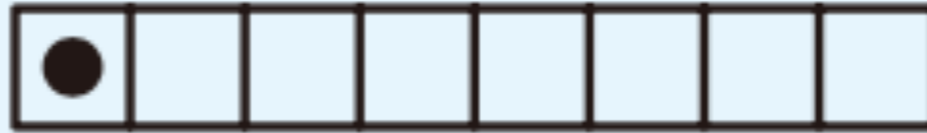
將下圖中的黑棋向右移動，每次移動 1 格或 2 格，移到最右邊一格，共有多少種移動方法？



課本P81例題8

例題 8

將下圖中的黑棋向右移動，每次移動 1 格或 2 格，移到最右邊一格，共有多少種移動方法？



1

2

1

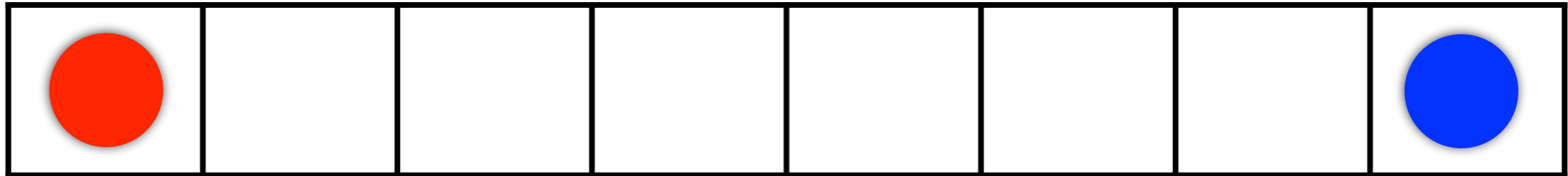
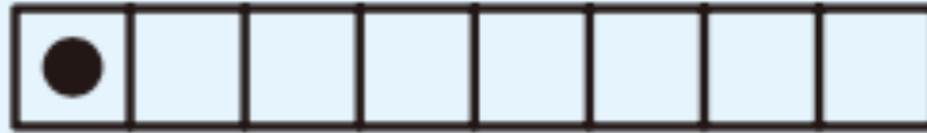
1

2

課本P81例題8

例題 8

將下圖中的黑棋向右移動，每次移動 1 格或 2 格，移到最右邊一格，共有多少種移動方法？



1

2

1

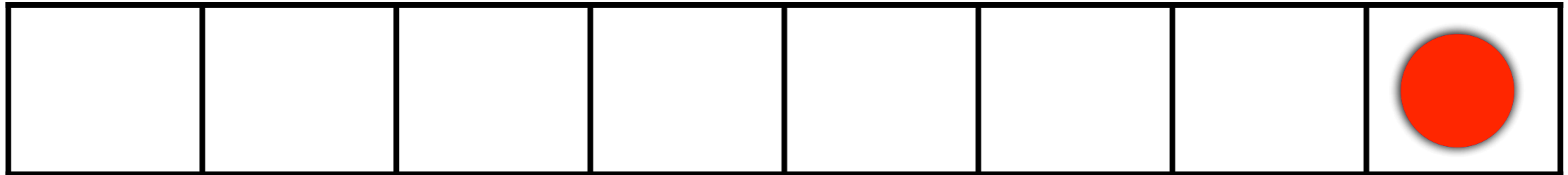
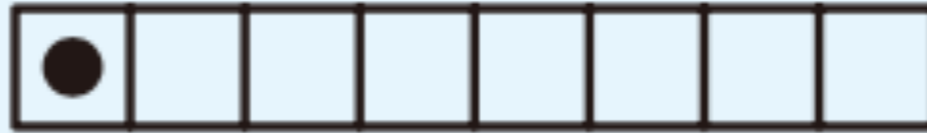
1

2

課本P81例題8

例題 8

將下圖中的黑棋向右移動，每次移動 1 格或 2 格，移到最右邊一格，共有多少種移動方法？



1

2

2

1

2

1

2

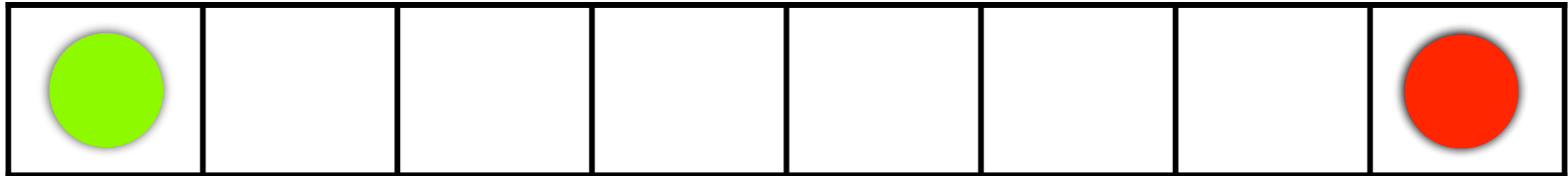
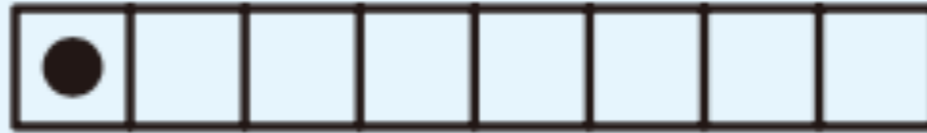
2

1

課本P81例題8

例題 8

將下圖中的黑棋向右移動，每次移動 1 格或 2 格，移到最右邊一格，共有多少種移動方法？



1

2

2

1

2

1

2

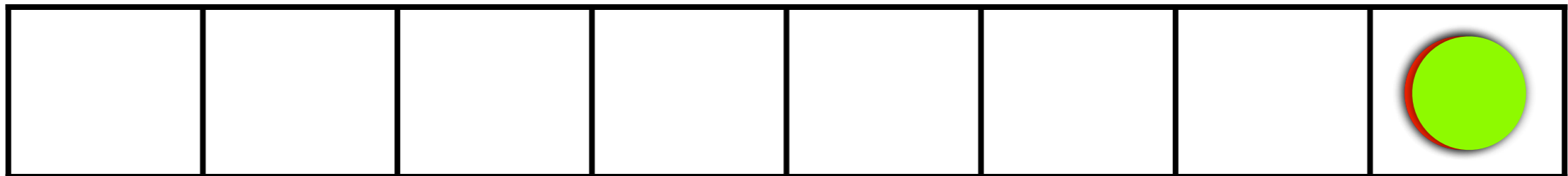
2

1

課本P81例題8

例題 8

將下圖中的黑棋向右移動，每次移動 1 格或 2 格，移到最右邊一格，共有多少種移動方法？



1		2	1	1		2
	2		2		2	1
1	1	1	1	1	1	1

課本P82例題9 60個

例題9

由6個數字0, 0, 1, 1, 2, 2排成的六位數, 共有多少個?

反面

0不等當第1位

課本P82例題9 60個

例題9

由6個數字0, 0, 1, 1, 2, 2排成的六位數，共有多少個？

反面

0不等當第1位

正面

第1位數字
1或2

請同學練習講義P65例題13

例題 **13** 【常考題】

晚會節目有抒情歌、搖滾歌、民歌、台語歌及魔術等五個節目。

- (1) 若民歌須比台語歌先表演，則節目單的安排共有多少種？
- (2) 若民歌須比台語歌及魔術先表演，則節目單的安排共有多少種？

(1) 60 (2) 40

請同學練習講義P65演練13

演練 13

將甲、乙、丙、丁、戊、己共 6 個人排一列。

(1) 若甲須排在乙的左方（不一定要相鄰），則共有多少種排法？

(2) 若甲須排在乙的左方，且乙須排在丙的右方（甲乙丙不一定要相鄰），則共有多少種排法？

(1) 360 (2) 40

生活上的經驗

阿董到高雄銀行開戶，設定提款卡交易密碼 6 碼，有多少種不同密碼可以設定？

生活上的經驗

阿董到高雄銀行開戶，設定提款卡交易密碼 6 碼，有多少種不同密碼可以設定？

<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>
<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>
<u>1</u>	<u>7</u>	<u>1</u>	<u>3</u>	<u>1</u>	<u>4</u>

生活上的經驗

阿董到高雄銀行開戶，設定提款卡交易密碼 6 碼，有多少種不同密碼可以設定？

方法數

第1位 第2位 第3位 第4位 第5位 第6位

10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10

重複排列

從 n 種不同的事物中，任意選出 k 個排成一列，若每種事物都可以重複出現，則共有

$$\overbrace{n \cdot n \cdot \cdots \cdot n}^{k \text{ 個 } n \text{ 相乘}} = n^k$$

種排法。

課本P83例題10 $3^7=2187$

例題 10

兔子挖了三個可以藏身的地方，如果兔子每晚都待在這三個藏身地方的其中之一，以躲避敵人，那麼未來的七個晚上，兔子有多少種可能的藏身安排？

請同學練習課本P84練習

自動販賣機有 6 種飲料可供選擇，小明等三人運動完後各購買一罐飲料。

(1) 共有多少種選購方法？

(2) 若三人約定所選的飲料不可以相同，則共有多少種選購方法？

(3) 若三人所選的飲料恰有兩人相同，則共有多少種選購方法？

(1) 216 (2) 120 (3) 90

課本P84例題11

例題 11

將 4 本不同的書全部分給甲、乙、丙三人，求下列情形各有多少種分法：

- (1) 任意分。
- (2) 甲至少得 1 本。
- (3) 甲恰得 1 本。

(1) 81 (2) 65 (3) 32

課本P84例題11

例題 11

將 4 本不同的書全部分給甲、乙、丙三人，求下列情形各有多少種分法：

(1) 任意分。

(2) 甲至少得 1 本。

(3) 甲恰得 1 本。

(4) 甲、乙至少各得1本。

(1) 81 (2) 65 (3) 32 (4) 50

課本P84例題11

例題 11

將 4 本不同的書全部分給甲、乙、丙三人，求下列情形各有多少種分法：

(1) 任意分。

(2) 甲至少得 1 本。

(3) 甲恰得 1 本。

(4) 甲、乙至少各得1本。

(5) 每人至少各得1本。

(1) 81 (2) 65 (3) 32 (4) 50 (5) 36

請同學練習課本P85練習

不同的渡船三艘，每船最多可載 4 人，則下列安全渡過的方法各有多少種？

(1) 4 人同時渡過時。

(2) 5 人同時渡過時。

(1) 81 (2) 240

請同學練習課本P85練習

不同的渡船三艘，每船最多可載 4 人，則下列安全渡過的方法各有多少種？

(1) 4 人同時渡過時。

(2) 5 人同時渡過時。

(3) 6 人同時渡過時。

(4) 5 人同時渡過時且每船都有人。

(1) 81

(2) 240

(3) 690

(4) 150

Q1 : 從籃球、排球及足球三種球中選取7個球，有多少種可能的選法？(每種球的個數均至少有 7 個)

$Q1$: 從籃球、排球及足球三種球中選取7個球，有多少種可能的選法？(每種球的個數均至少有 7 個)

籃球、排球及足球分別取出 x_1 、 x_2 、 x_3 個

則：(1) $x_1 + x_2 + x_3 = 7$

(2) x_1 、 x_2 、 x_3 為**非負整數**

$Q2$: 將 7 個相同的白球全部分給甲、乙、丙三人，有多少種分法？

甲、乙、丙分別獲得 x_1 、 x_2 、 x_3 個白球

則：(1) $x_1 + x_2 + x_3 = 7$

(2) x_1 、 x_2 、 x_3 為**非負整數**

以下答案皆相同

$Q1$: 從籃球、排球及足球三種球中選取7個球，有多少種可能的選法？(每種球的個數均至少有7個)

$Q2$: 將7個相同的白球全部分給甲、乙、丙三人，有多少種分法？

$Q3$: $x_1 + x_2 + x_3 = 7$ 有多少組非負整數解？

重複組合

Q3 : $x_1 + x_2 + x_3 = 7$ 有多少組非負整數解?



即 $(x_1, x_2, x_3) = (2, 3, 2)$

重複組合

Q3 : $x_1 + x_2 + x_3 = 7$ 有多少組非負整數解?



即 $(x_1, x_2, x_3) = (2, 3, 2)$



即 $(x_1, x_2, x_3) = (1, 6, 0)$

重複組合

Q3 : $x_1 + x_2 + x_3 = 7$ 有多少組非負整數解?



即 $(x_1, x_2, x_3) = (2, 3, 2)$



即 $(x_1, x_2, x_3) = (1, 6, 0)$



即 $(x_1, x_2, x_3) = (6, 1, 0)$

重複組合

Q3 : $x_1 + x_2 + x_3 = 7$ 有多少組非負整數解?

「 $x_1 + x_2 + x_3 = 7$ 的非負整數解組數」

——對應

「7 個相同物 和 2 個分隔記號的排列」

重複組合

Q3 : $x_1 + x_2 + x_3 = 7$ 有多少組非負整數解?

「 $x_1 + x_2 + x_3 = 7$ 的非負整數解組數」

——對應

「7 個相同物 和 2 個分隔記號的排列」

$$\text{共有 } \frac{(7 + 2)!}{7! \times 2!} = 36 \text{ 組}$$

重複組合

重複組合

下列三個問題的組合數都是 C_k^{n+k-1} 。

- (1) 從 n 類事物中選取 k 個的組合（每類的個數均至少 k 個且可以重複選取）。
- (2) n 元一次方程式 $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = k$ 的非負整數解。
- (3) 將 k 個相同的事物全部分給 n 個人的分法。

重複組合

重複組合

下列三個問題的組合數都是 C_k^{n+k-1} 。

- (1) 從 n 類事物中選取 k 個的組合（每類的個數均至少 k 個且可以重複選取）。
- (2) n 元一次方程式 $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = k$ 的非負整數解。
- (3) 將 k 個相同的事物全部分給 n 個人的分法。

$x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n = k$ 的非負整數解組數

k 個相同物 和 $n-1$ 個分隔記號的排列

共有 $\frac{(k+n-1)!}{k! \times (n-1)!}$ 組合數

講義P78例題10 28

例題 **10** 【配合課本例 6】

方程式 $x_1 + x_2 + x_3 = 6$ 有多少組非負整數解？

講義P78例題10 28

例題 **10** 【配合課本例 6】

方程式 $x_1 + x_2 + x_3 = 6$ 有多少組非負整數解？

講義P79例題12 (1) 120 (2) 20

例題 **12** 【配合課本例 8】

將 7 枝相同的筆全部分給 4 個小朋友。

(1) 共有幾種分法？

(2) 若要求每人至少分到 1 枝，則有多少種分法？

講義P81例題14 (1) 1001 (2) 210

例題 **14** 【常考題】

設 $x + y + z + u \leq 10$ ，問

(1) 非負整數解有多少組？

(2) 正整數解有多少組？

練習

講義P79頁例題11 45

例題 **11** 【配合課本例 7】

桌球俱樂部擬購買 8 把桌球拍以供忘記攜帶球拍的會員使用，若球拍分為刀板，直拍與大陸拍 3 類，試問俱樂部有多少種購買方式？

練習

講義P79頁例題11 45

例題 11 【配合課本例 7】

桌球俱樂部擬購買 8 把桌球拍以供忘記攜帶球拍的會員使用，若球拍分為刀板，直拍與大陸拍 3 類，試問俱樂部有多少種購買方式？

講義P80頁例題13 (1) 455 (2) 165

例題 13 【常考題】

(3) 84 (4) 10

已知方程式 $x + y + z + u = 12$ ，問

- (1) 非負整數解有多少組？
- (2) 正整數解有多少組？
- (3) 滿足 $x \geq 0, y \geq 1, z \geq 2, u \geq 3$ 的整數解有多少組？
- (4) 滿足 $x > 0, y > 1, z > 2, u > 3$ 的整數解有多少組？

練習

講義P81頁例題15 (1) 20 (2) 28

例題 **15** 【配合課本例 9】

將 4 本相同的書及 5 枝相同的筆全部分給甲乙兩人，則下列分法各有多少種？

(1) 每人至少得一枝筆。

(2) 每人至少得一物（書或筆皆可）。

課本P99頁例題9 54

例題9

辯論社的 3 個男生與 2 個女生組隊參加奧瑞岡三人制辯論比賽，今欲從這 5 人中，選出 3 人分別擔任一辯、二辯與三辯，試問出賽名單中既有男生又有女生的安排共有多少種？

課本P99頁例題9 54

例題9

辯論社的 3 個男生與 2 個女生組隊參加奧瑞岡三人制辯論比賽，今欲從這 5 人中，選出 3 人分別擔任一辯、二辯與三辯，試問出賽名單中既有男生又有女生的安排共有多少種？

課本P100頁例題10 (1) 1680

例題10

將 9 本不同的書依下列情形分配，方法各有多少種？

- (1) 分給甲、乙、丙三人，每人各得 3 本。
- (2) 分裝入三個相同的袋子，每袋裝 3 本。
- (3) 分裝入三個相同的袋子，其中一袋裝 5 本，另兩袋各裝 2 本。

課本P99頁例題9 54

例題9

辯論社的 3 個男生與 2 個女生組隊參加奧瑞岡三人制辯論比賽，今欲從這 5 人中，選出 3 人分別擔任一辯、二辯與三辯，試問出賽名單中既有男生又有女生的安排共有多少種？

課本P100頁例題10 (1) 1680 (2) 280

例題10

將 9 本不同的書依下列情形分配，方法各有多少種？

(1) 分給甲、乙、丙三人，每人各得 3 本。

(2) 分裝入三個相同的袋子，每袋裝 3 本。

(3) 分裝入三個相同的袋子，其中一袋裝 5 本，另兩袋各裝 2 本。

課本P99頁例題9 54

例題9

辯論社的 3 個男生與 2 個女生組隊參加奧瑞岡三人制辯論比賽，今欲從這 5 人中，選出 3 人分別擔任一辯、二辯與三辯，試問出賽名單中既有男生又有女生的安排共有多少種？

課本P100頁例題10 (1) 1680 (2) 280

例題10

將 9 本不同的書依下列情形分配，方法各有多少種？

(1) 分給甲、乙、丙三人，每人各得 3 本。

(2) 分裝入三個相同的袋子，每袋裝 3 本。

(3) 分裝入三個相同的袋子，其中一袋裝 5 本，另兩袋各裝 2 本。

(3) 378

練習

講義P83頁例題16

例題 **16** 【配合課本例 10】

將 6 本不同的書，求下列各分法的方法數：

(1) 平分成三堆。

(2) 依 2 本，2 本，1 本，1 本分成四堆。

(3) 依 4 本，1 本，1 本分成三堆。

(4) 甲得 4 本，乙得 1 本，丙得 1 本。

(1) 15

(2) 45

(3) 15

(4) 30

練習

講義P83頁例題17 210

例題 **17** 【常考題】

籃球 3 人鬥牛賽，共有 9 人參加，組成三隊，求其中甲乙兩人不在同一隊的組隊方法有多少種。

The End