數學測驗　範圍：數學甲

______年______班　座號______姓名__________

一.單選題(4 題，每題 5 分，共 20 分)

1. 4	2. 3	3. 5	4. 3

二.多選題(6 題，每題 6 分，共 36 分)　6-4-2-0

1. 145	2. 14	3. 235	4. 134
5. 23	6. 14		

三.填充題(9 格，每格 5 分，共 45 分)

(1) $\dfrac{\bigcirc-\sqrt{\bigcirc}}{\bigcirc\bigcirc}$	$\dfrac{6-\sqrt{3}}{10}$	(2) $\dfrac{\bigcirc\bigcirc}{\bigcirc}$	$\dfrac{20}{3}$
(3) $(\bigcirc,\bigcirc,\bigcirc)$	$(2,5,2)$	(4) $\bigcirc\bigcirc$	22

四.計算題（需寫出計算過程才給分）

1.實係數多項式 $f(x)=x^4-4x^3-x^2+x+\int_k^x f(t)dt$，試回答下列問題：【106 台北指二】

(1) $\deg(f(x))=?$（2 分） (2) 試求$f(x)=?$（3 分） (3) 若$k<0$，則$k=?$（3 分） (4) $\int_{-3}^{2} f(x)dx=?$（3 分）

$sol:$ (1) $f'(x)=4x^3-12x^2-2x+1+f(x)\Rightarrow \deg(f(x))=3$且領導係數為$-4$

(2)令$f(x)=-4x^3+ax^2+bx+c\Rightarrow f'(x)=-12x^2+2ax+b$

$=4x^3-12x^2-2x+1+(-4x^3+ax^2+bx+c)$

$\therefore a=0$，$b=2$，$c=1$，即$f(x)=-4x^3+2x+1$

(3) $f(k)=k^4-4k^3-k^2+k=-4k^3+2k+1\Rightarrow k^4-k^2-k-1=0$

$\Rightarrow (k+1)(k^3-k^2-1)=0\ \therefore k=-1$ ($k^3-k^2-1=0$有一正實根)

(4) $\int_{-3}^{2} f(x)dx=\left(-x^4+x^2+x\right)\Big|_{-3}^{2}=65$

2.已知平面 E為包含直線$L: x=\dfrac{y+1}{-2}=z-1$的平面中與點$P(3,-2,2)$距離最遠者。若F為包含直線L的平面，且 $d(P,F)=\dfrac{1}{\sqrt{7}}d(P,E)$面，試計算下列各題：【106 台北指二】

(1) 若平面E的法向量為$\overrightarrow{n}=(a,1,b)$，試求數對$(a,b)$。（3 分）

(2) 若平面E與平面F的銳夾角為θ，試求$\tan\theta$。（3 分）

(3) 試求平面F的方程式。（5 分）

sol : (1)由題意知，若點P對平面E做垂足，則垂足點恰好在直線L上

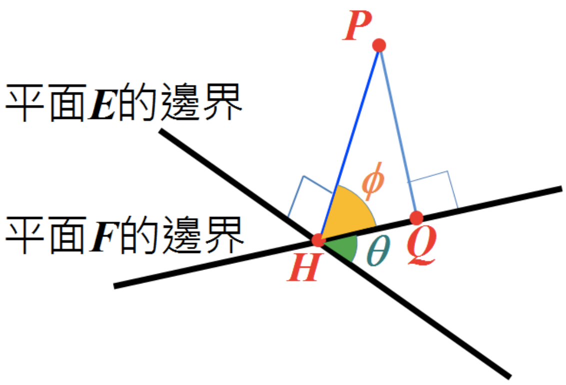
令$H(t,-1-2t,1+t), t\in$ ，則$\overrightarrow{HP}=(3-t,-1+2t,1-t)$

$\overrightarrow{HP}\perp L \Rightarrow t=1$，$\therefore \overrightarrow{HP}=(2,1,0)//\overrightarrow{n}$，故$(a,b)=(2,0)$

(2)$d(P,E)=\left|\overrightarrow{HP}\right|=\sqrt{5}\Rightarrow$ 如示意圖，$d(P,F)=\overline{PQ}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$，

則$\sin\phi=\dfrac{1}{\sqrt{7}}$，$\cos\phi=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$，又$\phi+\theta=\dfrac{\pi}{2}$，

故$\tan\theta=\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-\phi\right)=\cot\phi=\dfrac{\cos\phi}{\sin\phi}=\sqrt{6}$



(3)利用兩面式$L:\begin{cases}2x+y+1=0\\ y+2z-1=0\end{cases}$

令$F:2x+(1+k)y+2kz+(1-k)=0$

$$\cos\theta=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\phi\right)=\sin\phi=\frac{1}{\sqrt{7}}=\pm\frac{\left(\overrightarrow{n_F}\bullet\overrightarrow{n_E}\right)}{\left|\overrightarrow{n_F}\right|\left|\overrightarrow{n_E}\right|}$$

$$\therefore \pm\frac{k+5}{\sqrt{4+(k+1)^2+4k^2}\bullet\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{7}}\Rightarrow 3k^2-10k-25=0\therefore k=5\text{或}-\frac{5}{3}$$

所以平面$F:x+3y+5z-2=0$或$3x-y-5z+4=0$