B卷 ★屬中偏難試題，教師可優先講解

1 南一版‧高中 學習評量

數學（三）A

1-1 三角函數的圖形

年 班 號 姓名

一、單一選擇題：每題 6 分，共 12 分

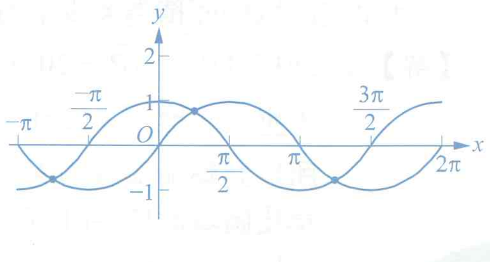
(B) 1. 設 $-\pi \le x \le 2\pi$，$y=\sin x$ 與 $y=\cos x$ 有幾個交點？

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

【概念中心】正弦函數與餘弦函數的圖形探討

【解析】由函數 $y=\sin x$ 與 $y=\cos x$ 圖形，應有 3 個交點，

故選(B)。



<另解> $\begin{cases} y=\sin x \\ y=\cos x \end{cases} \Rightarrow \tan x = 1$

$\because -\pi \le x \le 2\pi$

$\therefore x$ 有 3 個解

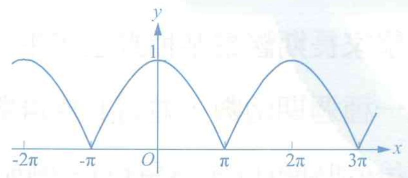
(B) 2. 試問函數 $y=|\cos\frac{1}{2}x|$ 的週期為何？

(A) 無週期 (B) 2π (C) π (D) $\frac{1}{2}\pi$ (E) $\frac{1}{4}\pi$

【概念中心】餘弦函數的圖形探討

【解析】由函數圖形 $y=|\cos\frac{1}{2}x|$，週期應為 2π，

故選(B)。



二、多重選擇題：每題 10 分，共 20 分

(A C D) 3. 設 $a=\sin 1$，$b=\cos 2$，$c=\sin 3$，$d=\cos 4$，$e=\sin 4$，下列哪些選項正確？

(A) $a>0$ (B) $b>0$ (C) $a>c$ (D) $b>d$ (E) $c+e>0$

【概念中心】弧度制結合三角函數定義

【解析】1 弳 $\approx 57.3°$，

(A)弧度 1 弳為第一象限角，所以 $a=\sin 1>0$。

(B)弧度 2 弳為第二象限角，所以 $b=\cos 2<0$。

(C)弧度 3 弳為第二象限角，所以 $c=\sin 3>0$，

又由右圖知 $\sin 1>\sin 3$，即 $a>c$。

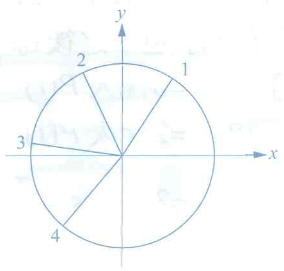
(D)弧度 4 弳為第三象限角，所以 $d=\cos 4<0$，

又由右圖知 $\cos 2>\cos 4$，即 $b>d$。

(E)弧度 4 弳為第三象限角，所以 $e=\sin 4<0$，

又由右圖知 $|\sin 3|<|\sin 4|$，即 $c+e<0$。

故選(A)(C)(D)。



(A B E) 4. 對於餘弦函數 $y=\cos x$，下列哪些選項正確？

(A) 將函數圖形向右平移 π 單位所得圖形的函數為 $y=\cos(x+\pi)$

(B) 將函數圖形向上平移 1 單位所得圖形的函數為 $y=\cos x+1$

(C) 將函數圖形沿水平方向伸縮 2 倍所得圖形的函數為 $y=\cos 2x$

(D) 將函數圖形沿鉛直方向伸縮 2 倍後，週期變為原來的 2 倍

(E) 將函數圖形沿鉛直方向伸縮 2 倍後，振福變為原來的 2 倍

【概念中心】餘弦函數圖形的伸縮與平移

【解析】(A)應為 $y=\cos(x-\pi)=\cos[2\pi+(x-\pi)]=\cos(x+\pi)$。

(C)應為 $y=\cos(\frac{1}{2}x)$。

(D)週期僅受水平方向伸縮影響，不受鉛直方向伸縮影響，故週期不變。

故選(A)(B)(E)。

三、填充題：每格 8 分，共 48 分

1. 設 $\cos\theta=-\frac{1}{3}$ 且 $\tan\theta<0$，則 $\sin(\pi-\theta)=$ $\underline{\frac{2\sqrt{2}}{3}}$。

【概念中心】結合弧度制的三角函數

【解析】由 $\cos\theta=-\frac{1}{3}$ 且 $\tan\theta<0$ 知 θ 為第二象限角 $\Rightarrow \sin\theta=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

得 $\sin(\pi-\theta)=\sin\theta=\frac{2\sqrt{2}}{3}$。

2. 在 $0\le x\le 2\pi$ 範圍內，解方程式 $\cos^2 x=\frac{1}{4}$，求所有解的和為 $\underline{4\pi}$ 弳。

【概念中心】弧度制的定義與解三角函數方程式

【解析】由 $\cos^2 x=\frac{1}{4} \Rightarrow \cos x=\pm\frac{1}{2}$，$0\le x\le 2\pi$，

(i) 若 $\cos x=\frac{1}{2}$，則 $x=\frac{\pi}{3}$，$\frac{5\pi}{3}$。

(ii) 若 $\cos x=-\frac{1}{2}$，則 $x=\frac{2\pi}{3}$，$\frac{4\pi}{3}$。

所求為 $\frac{\pi}{3}+\frac{5\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}+\frac{4\pi}{3}=4\pi$（弳）。

3. 一圓的半徑 6 公分，切出一塊扇形，已知該扇形周長為圓周長的一半，且此扇形的圓心角為 m 弳，扇形面積為 n 平方公分，求數對 $(m,n)=$ $\underline{(\pi-2,18\pi-36)}$。

【概念中心】扇形、弧長公式應用

【解析】設半徑 $r=6$，圓心角 θ，由扇形周長為圓周長的一半，

得(i) $2r+r\theta=\frac{1}{2}\times(2r\pi) \Rightarrow 12+6\theta=6\pi \Rightarrow \theta=\pi-2$，所以 $m=\pi-2$。

(ii) 扇形面積 $=\frac{1}{2}r^2\theta=\frac{1}{2}\times 6^2\times(\pi-2)=18\pi-36$，所以 $n=18\pi-36$。

故 $(m,n)=(\pi-2,18\pi-36)$。

南一 B卷