

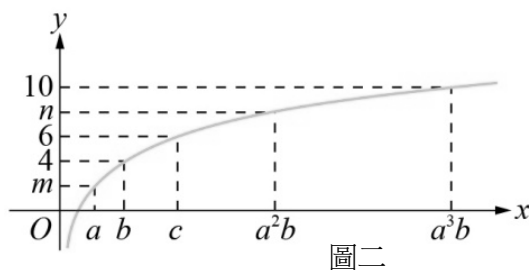
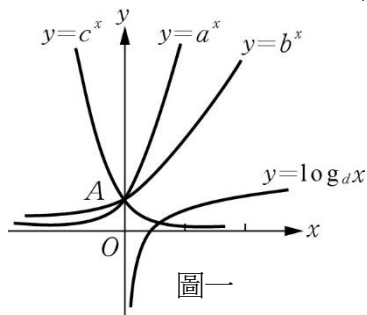
# 高二數學平時考 第三冊 CH2-2+CH2-3 考卷第 1 頁

\*\*考卷中若有需要求近似值，請以下列各值代入計算

$$\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 7 \approx 0.8451$$

## 一、多選題 (4 題，每題 6 分，共 24 分) 6-4-2-0

- ( ) 1. 已知  $a$  為不等於 1 的正實數，下列哪些敘述是正確的？
- (1)  $y = a^x$  和  $y = \log_a x$  的圖形皆凹口向上      (2)  $y = a^x$  和  $y = \log_a x$  的值域相同
- (3)  $y = a^x$  和  $y = \log_a x$  的圖形對稱於直線  $y = x$       (4)  $y = \log_a x$  的圖形和直線  $y = a$  必有交點
- (5)  $y = a^x$  和  $y = \log_a x$  的圖形沒有交點
- ( ) 2. 如下圖一，已知  $y = a^x$  與  $y = c^x$  的圖形對稱於  $y$  軸，且兩函數與  $y = b^x$  交於一點  $A$ 。已知  $y = a^x$  圖形與  $y = \log_a x$  圖形對稱於直線  $y = x$ ，下列哪些敘述是正確的？
- (1)  $a > b > c$       (2) 點  $A$  的坐標為  $(0, 1)$       (3)  $ac = 1$
- (4)  $a = d$       (5) 方程式  $\log_d x = a^x$  有實數解
- ( ) 3. 下圖二為  $y = \log_t x$  ( $t$  為大於 1 的常數) 的部分圖形，下列哪些敘述是正確的？
- (1)  $m = 3$       (2)  $n = 8$       (3)  $c = a^2$
- (4)  $b = a^2$       (5)  $t = a^3$



- ( ) 4. 已知  $(a, b)$  是  $y = \log x$  圖形上一點，則下列哪些選項的點也會落在  $y = \log x$  圖形上？
- (1)  $(10a, b+1)$       (2)  $(\frac{1}{a}, 1-b)$       (3)  $(2a, b+0.301)$
- (4)  $(a^2, 2b)$       (5)  $(1, 0)$

## 二、填充題 (12 格，每格 6 分，共 72 分)

- 設  $a$  為正實數，且  $a^{\log_3 7} = 3\sqrt{3}$ ，則  $a^{(\log_3 7)^2} =$  (1) 。
- 若實數  $a, b$  滿足  $2^a = \frac{1}{3}, \log_b 2 = \frac{1}{2}$ ，則  $b^a =$  (2) 。
- 已知  $\log_4 a = \log_8 b = \log_{16} (5a+4b)$ ，求數對  $(a, b) =$  (3) 。
- 解不等式  $\log_{0.25} (3x+7) < \log_{0.5} (x+1)$ ，則滿足的 (4) 。
- 設  $f(x) = \log_2 x - \log_2 (1-2x), 0 < x < \frac{1}{2}$ ，則  $f(\frac{1}{20}) + f(\frac{2}{20}) + f(\frac{3}{20}) + \dots + f(\frac{9}{20}) =$  (5) 。
- 設方程式  $(\log 3x)(\log 5x) = 1$  的二根為  $\alpha, \beta$ ，則  $\log_{15} \alpha + \log_{15} \beta =$  (6) 。

# 高二數學平時考 第三冊 CH2-2+CH2-3 考卷第 2 頁

- 7、設  $a = \log_3 6$ ， $b = \log_9 18$ ， $c = \log_{\frac{1}{3}} 0.125$ ，則  $a, b, c$  的大小關係是 (7)。
- 8、已知  $a, b, c$  均為正數，且  $2^a = \log_{\frac{1}{2}} a$ ， $\left(\frac{1}{2}\right)^b = \log_2 b$ ， $\left(\frac{1}{2}\right)^c = \log_{\frac{1}{2}} c$ ，試比較  $a, b, c$  三數的大小關係為 (8)。
- 9、設  $\log_3(\log x)$  有意義，求  $x$  的範圍為 (9)。
- 10、設  $a, b, c$  表  $\triangle ABC$  的三邊長，若  $a + b + c = 12$  且  $2\log_3(a + b + c) = 1 + \log_3(ab + bc + ca)$ ，求  $\triangle ABC$  的面積為 (10)。
- 11、設  $a$  為常數且  $0 < a < 1$ ，函數  $f(x) = (\log_a x)^2 - \log_a x - 2$ 。若  $2 \leq x \leq 4$  時， $f(x)$  有最小值 4，則常數  $a$  的值為 (11)。
- 12、設函數  $y = \log_2 32x$  在直線  $x = 3$ 、 $x = 10$  與  $x$  軸之間所圍成的區域面積為  $A$ ；函數  $y = \log_2(x + 2)$  在直線  $x = 1$ 、 $x = 8$  與  $x$  軸之間所圍成的區域面積為  $B$ ，則  $A - B =$  (12)。

## 三、計算題（需寫出計算過程，20 分）

- 1、日本 311 核災造成輻射感染時，其感染速度的數學模式為  $N \approx 200(1 + 100^{0.03x})$ ，其中自然數  $N$  表示受感染人數，自然數  $x$  表示災後天數。請估算災後至少多少天後會有一萬人以上受到輻射感染。（小數點下無條件進位到整數天數）(10 分)
- 2、(1) 試利用換底公式證明： $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b$ （其中  $a > 0, a \neq 1, b > 0, m \neq 0$ ）(6 分)
- (2) 利用(1)的結果計算  $\log_9 16 + \log_3 2$  的近似值（取到小數點下四位小數）(4 分)

# 高二數學平時考 第三冊 CH2-2+CH2-3 答案卷

二年\_\_\_\_班\_\_\_\_號 姓名\_\_\_\_\_

## 一、多選題 (4 題，每題 6 分，共 24 分) 6-4-2-0

1.		2.		3.		4.	
----	--	----	--	----	--	----	--

## 二、填充題 (12 格，每格 6 分，共 72 分)

(1)		(2)		(3)	
(4)		(5)		(6)	
(7)		(8)		(9)	
(10)		(11)		(12)	

## 三、計算題 (需寫出計算過程，20 分)

- 1、日本 311 核災造成輻射感染時，其感染速度的數學模式為  $N \approx 200(1 + 100^{0.03x})$ ，其中自然數  $N$  表示受感染人數，自然數  $x$  表示災後天數。請估算災後至少多少天後會有一萬人以上受到輻射感染。(小數點下無條件進位到整數天數) (10 分)

2、(1)試利用換底公式證明： $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b$  (其中  $a > 0, a \neq 1, b > 0, m \neq 0$ ) (6 分)

(2)利用(1)的結果計算  $\log_9 16 + \log_3 2$  的近似值 (取到小數點下四位小數) (4 分)