一、單一選擇題：每題 6 分，共 12 分

(D) 1. 設 $\overrightarrow{AB}=(3,-2)$，$\overrightarrow{BC}=(x,y+2)$，若 $\overrightarrow{AC}//\overrightarrow{AB}$，則 $2x+3y$ 之值為下列哪一個選項？

(A) -12 (B) -10 (C) -8 (D) -6 (E) 0

【概念中心】向量的加減法與向量平行

【解析】$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(3,-2)+(x,y+2)=(x+3,y)$

由 $\overrightarrow{AC}//\overrightarrow{AB}\Rightarrow\frac{x+3}{3}=\frac{y}{-2}\Rightarrow-2x-6=3y\Rightarrow2x+3y=-6$，

故選(D)。

(D) 2. 已知 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，其中 $1\le x\le4$，$-2\le y\le2$，且△ABC 的面積為 5，設滿足上述條件的 P 點所形成的區域為 S，則區域 S 的面積為下列哪一個選項？

(A) 60 (B) 80 (C) 100 (D) 120 (E) 140

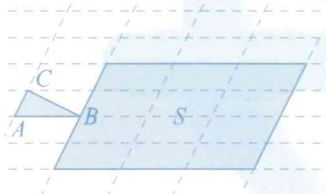
【概念中心】向量的線性組合

【解析】由 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，其中 $1\le x\le4$，$-2\le y\le2$，

作圖如右，

區域 S 的面積為 $(4-1)\times[2-(-2)]\times(2\times5)=120$，

故選(D)。



二、多重選擇題：每題 10 分，共 20 分

(B C D E) 3. 正六邊形 $ABCDEF$ 中，△ACE 三邊 $\overline{AC}$, $\overline{CE}$, $\overline{AE}$ 之中點分別為 $P(1,3)$, $Q(2,-1)$, $R(-2,4)$，試問下列哪些選項正確？

(A) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{0}$ (B) $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$ (C) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{FE}$

(D) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{FA}$ (E) A 點坐標為 $(-3,8)$

【概念中心】向量的加減法與向量的相等

【解析】作圖如右，設正六邊形之中心 O，

(A) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=2(\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{CO})=2(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC})$

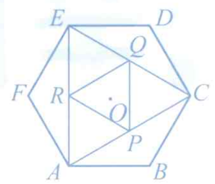
$=-4\overrightarrow{OB}\ne\overrightarrow{0}$。

(E) ∵四邊形 $APQR$ 為平行四邊形

∴ $\overline{AQ}$ 中點與 $\overline{PR}$ 中點相同

即 A 點坐標為 $(1,3)+(-2,4)-(2,-1)=(-3,8)$。

故選(B)(C)(D)(E)。



★(A B C D) 4. 設 A,B,C 為平面上相異三點，且 O 不在直線 BC 上，下列哪些使得 A 點必在直線 BC 上？

(A) $\overrightarrow{OA}=\frac{6}{7}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{7}\overrightarrow{OC}$ (B) $5\overrightarrow{OA}=2\overrightarrow{OB}+3\overrightarrow{OC}$ (C) $10\overrightarrow{OA}=11\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$

(D) $\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{AB}=0$ (E) $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BA}$

【概念中心】向量的線性組合與共線定理

【解析】(A)(B)(C) $5\overrightarrow{OA}=2\overrightarrow{OB}+3\overrightarrow{OC}\Rightarrow\overrightarrow{OA}=\frac{2}{5}\overrightarrow{OB}+\frac{3}{5}\overrightarrow{OC}$，

$10\overrightarrow{OA}=11\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}\Rightarrow\overrightarrow{OA}=\frac{10}{11}\overrightarrow{OB}-\frac{1}{11}\overrightarrow{OC}$，

由共線定理得 A 點必在直線 BC 上。

(D) $\overrightarrow{AC}=-3\overrightarrow{AB}\Rightarrow\overrightarrow{AC}//\overrightarrow{AB}\Rightarrow A,B,C$ 共線。

(E) A,B,C 可能形成三角形，不一定使 A 在直線 BC 上。

故選(A)(B)(C)(D)。

三、填充題：每格 8 分，共 48 分

1. 設 $A=(-2,3)$, $B=(-5,6)$, $C=(-8,9)$ 且 $\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{0}$，試求 P 點座標為 $\underline{(-6,7)}$。

【概念中心】向量的坐標表示法與加減法

【解析】設點 $O(0,0)$，點 $P(x,y)$ 且 $\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OP}$，

則 $\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{PC}=(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OP})+2(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OP})+3(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OP})=\overrightarrow{0}$

$\Rightarrow\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+3\overrightarrow{OC}=6\overrightarrow{OP}\Rightarrow(-2,3)+(-10,12)+(-24,27)=6(x,y)$

$\Rightarrow P(x,y)=P(-6,7)$。

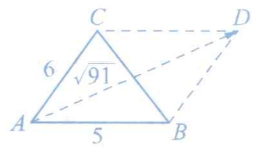
2. 設△ABC 中，$|\overrightarrow{AB}|=5$，$|\overrightarrow{AC}|=6$，$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=\sqrt{91}$，求△$ABC$ 的面積為 $\underline{\frac{15\sqrt{3}}{2}}$。

【概念中心】向量的加減法與三角形面積

【解析】作圖如右，

由 $\cos\angle ABD=\frac{5^2+6^2-\sqrt{91}^2}{2\times5\times6}=\frac{-1}{2}\Rightarrow\sin\angle ABD=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

則△ABC=△$ABD=\frac{1}{2}\times6\times5\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{15\sqrt{3}}{2}$。



3. 坐標平面上有一△ABC，$A(7,11)$, $B(2,-1)$, $C(11,8)$，若 $\angle A$ 的內角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D，則 $\overrightarrow{AD}=\underline{(\frac{3}{2},-\frac{11}{2})}$。

【概念中心】向量的分點公式

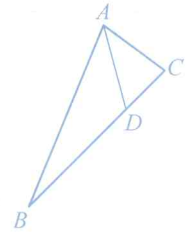
【解析】如右圖，

$|\overrightarrow{AB}|=|(-5,-12)|=\sqrt{(-5)^2+(-12)^2}=13$，

$|\overrightarrow{AC}|=|(4,-3)|=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5$，

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=|\overrightarrow{AB}|:|\overrightarrow{AC}|=13:5$，

由分點公式 $\overrightarrow{AD}=\frac{5}{18}\overrightarrow{AB}+\frac{13}{18}\overrightarrow{AC}=\frac{5}{18}(-5,-12)+\frac{13}{18}(4,-3)=(\frac{3}{2},-\frac{11}{2})$。



南一 B卷