B卷 ★屬中偏難試題，教師可優先講解

11 南一版·高中 學習評量 **數學(三)A**

第三章 復習

年 班 號 姓名

一、單一選擇題：每題 6 分，共 12 分

(D) 1. 設 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=3$，$\begin{vmatrix} b & x \\ d & y \end{vmatrix}=2$，則 $\begin{vmatrix} a+5x & 5b \\ c+5y & 5d \end{vmatrix}=$

(A) -5 (B) -15 (C) -25 (D) -35 (E) -45

【概念中心】行列式的計算

【解析】$\begin{vmatrix} a+5x & 5b \\ c+5y & 5d \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a & 5b \\ c & 5d \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 5x & 5b \\ 5y & 5d \end{vmatrix}$

$=5\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}+25\begin{vmatrix} x & b \\ y & d \end{vmatrix}$

$=5\times3+25\times(-2)=-35$，

故選(D)。

(C) 2. 坐標平面上 A,B,C 三點不共線，設 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，其中 $x+y=1$ 且 $x\ge0,y\ge0$，則所有滿足上述條件的 P 點所形成的圖形為何？

(A) 一三角形 (B) 一平行四邊形 (C) 一線段 (D) 一射線 (E) 一直線

【概念中心】向量的線性組合

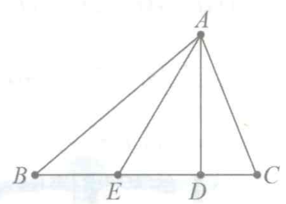
【解析】由 $x+y=1$ 且 $x\ge0,y\ge0$ 可知，

P 點形成的圖形為一線段 $\overline{BC}$，

故選(C)。

二、多重選擇題：每題 10 分，共 20 分

(C E) 3. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AD}\perp\overline{BC}$ 且 E 為 $\overline{BD}$ 中點，試問下列哪些選項正確？



(A) $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}$ (B) $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

(C) $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{DE}>0$ (D) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}>\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AD}$

(E) $\overrightarrow{CA}$ 在 $\overrightarrow{CB}$ 上的正射影與 $\overrightarrow{CA}$ 在 $\overrightarrow{BD}$ 上的正射影相同 $\overrightarrow{CD}$

【概念中心】向量的線性組合、向量內積與向量正射影

【解析】(A) $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$。

(B) $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\ne\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$。

(C) 因為 $\angle AED<90^\circ$，所以 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{DE}>0$。

(D) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AD}|^2$。

(E) $\overrightarrow{CA}$ 在 $\overrightarrow{CB}$ 上的正射影 $=\overrightarrow{CA}$ 在 $\overrightarrow{BD}$ 上的正射影 $=\overrightarrow{CD}$。

故選(C)(E)。

★(A C D) 4. 設坐標平面上兩點 $A(0,2),B(0,-2)$，已知平面上另一點 P 滿足 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}<0$，請問 P 點可能在下列哪些選項的圖形上？

(A) $y=x^2$ (B) $y=x^2+2$ (C) $y=x^3$ (D) $y=2^x$ (E) $(x-4)^2+y^2=4$

【概念中心】向量內積的應用

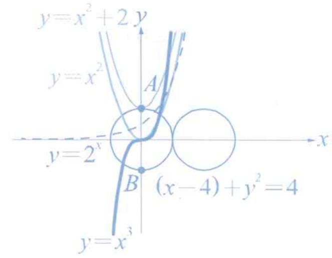
【解析】令點 $P(x,y)$ 滿足 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}<0$，

$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}<0\Rightarrow(-x,2-y)\cdot(-x,-2-y)<0$，

整理得 $x^2+y^2<4$，

即 P 在以 $\overline{AB}$ 為直徑的圓內，作圖如右，

故選(A)(C)(D)。



三、填充題：每格 8 分，共 48 分

1. 設平面上三點 $A(5,3),B(2,-1),C(k,1)$，已知 A,B,C 三點共線，則 $k=$ $\underline{\frac{7}{2}}$。

【概念中心】A,B,C 三點共線，所張的平行四邊形面積為 0

【解析】$\overrightarrow{AB}=(-3,-4),\overrightarrow{AC}=(k-5,-2)$，

由 A,B,C 三點共線知 $\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{AC}$ 所張的平行四邊形面積為 0，

即 $\left|\begin{vmatrix} -3 & -4 \\ k-5 & -2 \end{vmatrix}\right|=0\Rightarrow|4k-14|=0\Rightarrow k=\frac{14}{4}=\frac{7}{2}$。

2. 已知 $\overrightarrow{OA}=(-3,4),\overrightarrow{OB}=(-1,7),\overrightarrow{OC}=(1,2)$，則 $\triangle ABC$ 的面積為 $\underline{8}$。

【概念中心】利用行列式求三角形面積

【解析】由 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=(2,3)$，$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}=(4,-2)$，則 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix}\right|=8$。

★3. 設 $a=\sqrt{200^2+100^2}-\sqrt{34^2+56^2}$，$b=\sqrt{166^2+44^2}$，$c=\sqrt{200^2+100^2}+\sqrt{34^2+56^2}$，$d=\sqrt{234^2+156^2}$，則 a,b,c,d 四數的大小關係為 $\underline{c>d>b>a}$。

【概念中心】三角不等式

【解析】設 $\vec{a}=(200,100)$，$\vec{b}=(34,56)$，則 $\vec{a}+\vec{b}=(234,156)$，$\vec{a}-\vec{b}=(166,44)$，

由三角不等式 $|\vec{a}|+|\vec{b}|\ge|\vec{a}+\vec{b}|$

$\Rightarrow c=\sqrt{200^2+100^2}+\sqrt{34^2+56^2}>\sqrt{234^2+156^2}=d$（$\because\vec{a},\vec{b}$ 不平行），

由三角不等式 $||\vec{a}|-|\vec{b}||\le|\vec{a}-\vec{b}|$

$\Rightarrow a=\sqrt{200^2+100^2}-\sqrt{34^2+56^2}<\sqrt{166^2+44^2}=b$（$\because\vec{a},\vec{b}$ 不平行），

又 $b=\sqrt{166^2+44^2}<d=\sqrt{234^2+156^2}$，綜合上述得 $c>d>b>a$。

南一 B卷