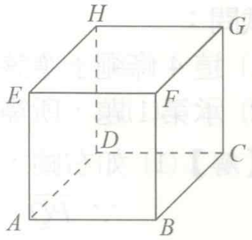
1 南一版・高中｜學習評量 數學(四) A

1-1 空間概念

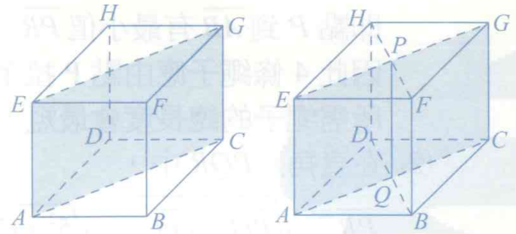
年　班　號
姓名

一、單一選擇題：每題 6 分，共 12 分

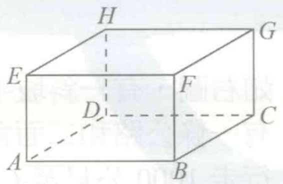
(D) 1. 如右圖，$ABCD$-$EFGH$ 是一個正立方體。試問下列哪一條直線會與平面 $ACGE$ 垂直？
(A) 直線 AB　(B) 直線 BF　(C) 直線 CG
(D) 直線 DB　(E) 直線 EB



【概念中心】空間中直線與平面的關係
【解析】(A) ×：∵ 直線 AC 在平面 $ACGE$ 上且直線 AB 與直線 AC 不垂直
∴ 直線 AB 與平面 $ACGE$ 不垂直
(B) ×：∵ 直線 BF 與直線 AE 平行
∴ 直線 BF 與平面 $ACGE$ 不垂直
(C) ×：∵ 直線 CG 完全落在平面 $ACGE$ 上
∴ 直線 CG 與平面 $ACGE$ 不垂直
(D) ○：∵ $\overline{DB}\perp\overline{AC}$ 且 $\overline{DB}\perp\overline{PQ}$
∴ 直線 DB 與平面 $ACGE$ 垂直
(E) ×：∵ 直線 AE 在平面 $ACGE$ 上且直線 EB 與直線 AE 不垂直
∴ 直線 EB 與平面 $ACGE$ 不垂直
故選(D)。



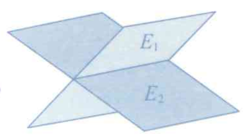
(C) 2. 如右圖，在長方體 $ABCD$-$EFGH$ 中，將其 12 條邊延長為 12 條直線，試問此 12 條直線共可決定出幾對歪斜線？
(A) 4 對　(B) 12 對　(C) 24 對　(D) 48 對　(E) 96 對



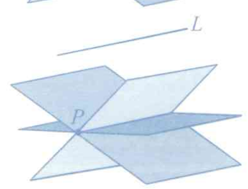
【概念中心】空間中兩直線的關係
【解析】如題目圖，與直線 AB 歪斜的直線有直線 CG，直線 DH，直線 EH，直線 FG
∵ 每個邊可決定 4 對歪斜線
∴ 所求共有 $\dfrac{12\times4}{2}=24$ 對
故選(C)。

二、多重選擇題：每題 10 分，共 20 分

(B C D) 3. 下列關於空間概念的敘述，哪些是正確的？
(A) 空間中，相異三點恰可決定唯一的平面
(B) 空間中，若一直線與一平面不平行，則它們必相交
(C) 空間中，若兩相異平面不平行，則它們必相交於一直線
(D) 空間中，一直線 L 及其外一點 P，過 P 且與 L 垂直的平面恰只有一個
(E) 空間中，一直線 L 及其外一點 P，過 P 且與 L 平行的平面恰只有一個
【概念中心】空間概念的判斷
【解析】(A) ×：若此三點共線，則無法決定唯一的平面。
（平面可轉動，因此可決定無限多個平面，如右圖所示）

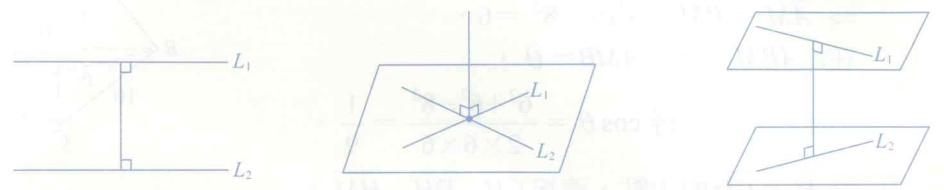


(B)(C)(D) ○。
(E) ×：過 P 且與 L 平行的平面有無限多個
（平面可轉動），如右圖所示。



故選(B)(C)(D)。

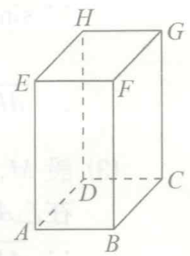
(A D) 4. 下列敘述哪些是正確的？
(A) 在平面上，若兩相異直線不相交，則它們必平行
(B) 在空間中，若兩相異直線不相交，則它們必平行
(C) 在平面上，對於任意兩相異直線，必可在該平面上找到一條直線同時垂直於此兩直線
(D) 在空間中，對於任意兩相異直線，必可找到一條直線同時垂直於此兩直線
(E) 在平面上，可以找到相異四點，使得它們兩兩之間的距離都相等
【概念中心】平面與空間概念的比較
【解析】(A) ○。
(B) ×：此兩直線也有可能歪斜。
(C) ×：若此兩直線交於一點，則無法找到一條直線同時垂直於此兩直線。
(D) ○：如下圖，
(i) 若兩直線平行　(ii) 若兩直線交於一點　(iii) 若兩直線歪斜



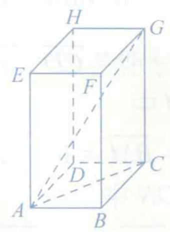
(E) ×。
故選(A)(D)。

三、填充題：每格 8 分，共 48 分

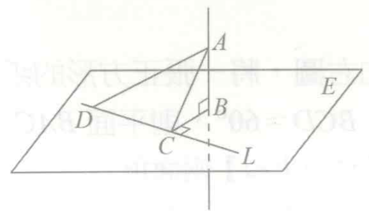
1. 如右圖，$ABCD$-$EFGH$ 是一個長方體，其中底面 $ABCD$ 是一個邊長為 1 的正方形。若 $\overline{AG}=\sqrt{6}$，則長方體 $ABCD$-$EFGH$ 的體積為 ___2___。



【概念中心】空間中直線與平面的關係
【解析】在正方形 $ABCD$ 中，
$\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，
在直角△ACG 中，
$\overline{CG}=\sqrt{\overline{AG}^2-\overline{AC}^2}=\sqrt{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{2})^2}=2$，
因此，長方體 $ABCD$-$EFGH$ 的體積 $=$ ($ABCD$ 面積) $\times$ 高 $\overline{CG}$
$=1^2\times2=2$。



2. 如右圖，直線 AB 垂直平面 E 於 B 點，直線 L 落在平面 E 上，D 是 L 上一點。若直線 BC 垂直 L 於 C 點，且 $\overline{AB}=4$，$\overline{BC}=3$，$\overline{CD}=12$，則 $\overline{AD}$ 的長度為 ___13___。



【概念中心】三垂線定理
【解析】∵ $\overline{AB}\perp$ 平面 E，$\overline{BC}\perp L$
∴ 由三垂線定理可得 $\overline{AC}\perp L$
在直角△ABC 中，
$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{BC}^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$，
在直角△ACD 中，
$\overline{AD}=\sqrt{\overline{AC}^2+\overline{CD}^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13$。