

數學乙考科解析

考試日期：99年4月8-9日

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	3	235	13	124	24	4	8	1	6	2	4	3	6	8
16	17													
3	5													

第壹部份：選擇題

一、單選題

1. $y = \log 3 + \log x$

令 $y = 0 \Rightarrow \log 3 + \log x = 0$

$\Rightarrow \log 3x = 0$

$\Rightarrow 3x = 1$

$\Rightarrow x = \frac{1}{3}$

\therefore 交點為 $(\frac{1}{3}, 0)$

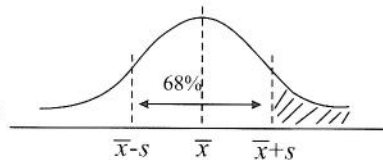
2. 令 $\bar{x} = 173.5$, $s = 6.5$

$180 = 173.5 + 6.5 = \bar{x} + s$

高於 180 公分的學生

有 $1200 \times \frac{1-68\%}{2} = 192$ (人)

\therefore 最接近(3)200名



二、多選題

3. (1) \times ; c 為共同實根

$\Rightarrow x - c$ 為公因式

$\Rightarrow \begin{cases} x-c | f(x) \\ x-c | g(x) \end{cases} \Rightarrow x-c | f(x) - g(x) \Rightarrow x-c | (a-b)(x-2)$

可得 $x-c = x-2 \Rightarrow c = 2$

(2) \circ ; $x-2 | f(x) \Rightarrow f(2) = 4 + 2a + 2b = 0 \Rightarrow a + b = -2$

(3) \circ ; $f(x) = (x + \frac{a}{2})^2 + 2b - \frac{a^2}{4}$

最小值 $2b - \frac{a^2}{4} = -9 \Rightarrow 2(-2-a) - \frac{a^2}{4} = -9$

$\Rightarrow a = -10$ 或 2

① $a = -10 \Rightarrow b = 8$ (不合 $\because a > b$)

② $a = 2 \Rightarrow b = -4$

此時 $g(x) = x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$ 最小值為 0

(4) \times ; $y = f(x) = x^2 + 2x - 8 = (x-2)(x+4)$

令 $y = 0 \Rightarrow (x-2)(x+4) = 0 \Rightarrow x = 2$ 或 -4

$\therefore y = f(x)$ 圖形與 x 軸交於 $P(2,0)$, $Q(-4,0)$

截線段長 $\overline{PQ} = 6$

(5) \circ ; $y = f(x)$ 與 $y = g(x)$ 的 x^2 項係數相同, 即開口方向及大小都相同. 可經由平移使兩圖形完全重疊

選項(2)(3)(5)正確

4. (1) \circ ; 截距式 $L: \frac{X}{2} + \frac{Y}{4} = 1 \Rightarrow Y = 4 - 2X$

(2) \times ; $\because X = x, Y = \log_2 y$

$\therefore \log_2 y = 4 - 2x \Rightarrow y = 2^{4-2x} \Rightarrow y = 16(\frac{1}{4})^x$

(3) \circ ; L 斜率為負. X 與 Y 為負相關

(4) \times ; $x = 1 \Rightarrow y = 16(\frac{1}{4})^1 = 4$

(5) \times ; $(x, y) = (2, 512) \Rightarrow (X, Y) = (2, \log_2 512) = (2, 9)$

增加此數據後資料更分散

$\therefore |r|$ 變小, 但 $r < 0 \therefore r$ 值反而變大

選項(1)(3)正確

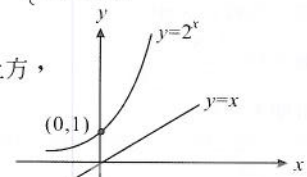
5. (1) \circ ; $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x^2 + 2x - 3 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -3 < x < 1 \end{cases}$ 沒有實數解

(2) \circ ; 如圖 $y = 2^x$

圖形恆在 $y = x$ 圖形的上方,

即 $2^x > x$ 恆成立,

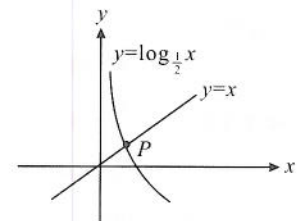
$\therefore 2^x < x$ 沒有實數解



(3) \times ; 如圖: 在 P 點

左邊存在實數 x ,

使得 $\log_{\frac{1}{2}} x > x$



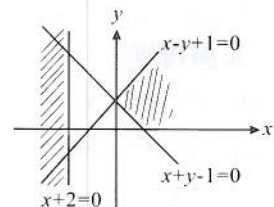
(4) \circ ; 如圖:

三個半平面,

沒有重疊區域,

所以沒有實數

序組解



(5) \times ; $(x-2)^2 \leq 4(x-3) \Rightarrow (x-4)^2 \leq 0 \Rightarrow x = 4$

選項(1)(2)(4)正確

6. (1) \times ; $0.86 > 0.72$ 家長贊成比例大於老師贊成比例

(2) \circ ; 設學生抽樣人數 n_1 ; 家長抽樣人數 n_2 , 則

$\sqrt{\frac{0.56(1-0.56)}{n_1}} = 0.0158 \Rightarrow n_1 = \frac{0.56 \times 0.44}{(0.0158)^2} \approx 987 \approx 1000$ (人)

$\sqrt{\frac{0.86(1-0.86)}{n_2}} = 0.0156 \Rightarrow n_2 = \frac{0.86 \times 0.14}{(0.0156)^2} \approx 494 \approx 500$ (人)

$\therefore n_1 > n_2$

(3) \times ; 設老師抽樣人數 n_3

$\sqrt{\frac{0.72(1-0.72)}{n_3}} = 0.0312 \Rightarrow n_3 = \frac{0.72 \times 0.28}{(0.0312)^2} \approx 207 \approx 200$ (人)

不作區分

$\hat{p} \approx \frac{0.56 \times 1000 + 0.86 \times 500 + 0.72 \times 200}{1000 + 500 + 200} \approx 0.66$

並不超過七成

(4) \circ ; 95%信賴區間為

$$\left[\hat{P} - 2\sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}, \hat{P} + 2\sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}} \right]$$

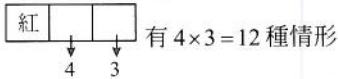
$$= [0.86 - 2 \times 0.0156, 0.86 + 2 \times 0.0156]$$

$$= [0.8288, 0.8912]$$

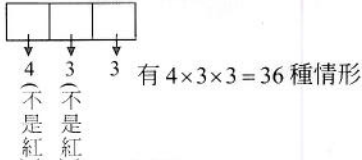
(5)×；抽樣既已成結果沒有機率問題；選項(2)(4)正確

三、選填題

A. ①若第一球為紅色



②若第一球不是紅色



綜合①②有 48 種情形

B. 三格成一直線有 8 組

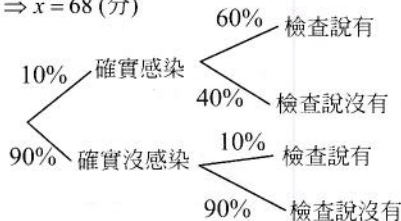
$$\text{所求機率為 } \frac{3! \times 8}{9^3} = \frac{16}{243}$$

C. 設大雄期末考得 x 分

$$48 \cdot 20\% + 52 \cdot 20\% + x \cdot 20\% + 66 \cdot 40\% = 60$$

$$\Rightarrow x = 68 \text{ (分)}$$

D.



$$\text{所求機率 } \frac{90\% \times 10\%}{10\% \times 60\% + 90\% \times 10\%} = \frac{3}{5}$$

第貳部分：非選擇題

一. 1. $t=0$ 時 $f(0) = ab^0 = 90 \Rightarrow a = 90$ (3 分)

$$2. t=4 \text{ 時 } f(4) = ab^4 = 72 \Rightarrow 90b^4 = 72 \Rightarrow b^4 = \frac{72}{90} = \frac{8}{10} \text{ (2 分)}$$

$$\text{取對數 } \log b^4 = \log \frac{8}{10} \Rightarrow 4 \log b = \log 8 - \log 10$$

$$\Rightarrow \log b = \frac{1}{4}(3 \times 0.3010 - 1) = -0.02425 = (-1) + 0.97575 \text{ (2 分)}$$

$$\approx \log 10^{-1} + \log 9.457 = \log 0.9457$$

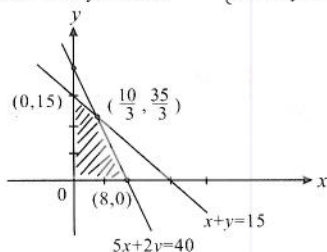
$$\therefore b \approx 0.9457 \approx 0.946 \text{ (2 分)}$$

$$3. f(5) = ab^5 = (ab^4) \cdot b = 72(0.946) \approx 68$$

約 68 公斤(5 分)

二. 1. 限制條件 $\begin{cases} x, y \text{ 為正整數或 } 0 \\ 200x + 200y \leq 3000 \text{ (3 分)} \\ 125x + 50y \leq 1000 \end{cases}$

$$2. \begin{cases} 200x + 200y \leq 3000 \\ 125x + 50y \leq 1000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y \leq 15 \\ 5x + 2y \leq 40 \end{cases}$$



(4 分)

$$3. f(x, y) = 350x + 150y \text{ (2 分)}$$

4. x, y 為正整數或 0

(x, y)	(0,15)	(1,14)	(2,13)	(3,12)	(4,10)	(5,7)	(6,5)	(7,2)	(8,0)
$f(x, y)$	2250	2450	2650	2850	2900	2800	2850	2750	2800

當 $(x, y) = (4, 10)$ 時(3 分)

最大營收為 2900 元(2 分)