

2010 指定科目模擬考試卷

數學甲考科

(代 08) 題數：代糖壹種
(代 01) 題數：一

數
甲

— 作答注意事項 —

考試時間：80 分鐘

題型題數：第壹部分為電腦可讀題，含單選題 2 題，多選題 4 題，選填題 6 題；第貳部分為人工閱卷題，含計算題共兩大題。

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內作答。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液。

第壹部分作答示例：請仔細閱讀下面的例子。

(一)選擇題：只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題為單一選擇題，選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 $\overset{3}{\square}$ 劃記（注意不是 7），如：

選 擇 題 解 答 欄												
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 7 題為多重選擇題，正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 7 列的 $\overset{1}{\square}$ 與 $\overset{3}{\square}$ 劃記，如：

7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

(二)選填題的題號是 A, B, C, …, 而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只在一個格子劃記。

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20

列的 \square 與第 21 列的 $\overset{7}{\square}$ 劃記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

版權所有 · 盜印必究

第壹部分：選擇題（80分）

一、單選題（12分）

說明：第1至2題為單選題，每題選出一個最適當的選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題答對得6分，答錯或劃記多於一個選項者倒扣1.5分，倒扣到本大題之實得分數為零為止。未作答者，不給分亦不倒扣分數。

1. 一袋子中有15個大小相同之球，編號1~15，小樑自袋中任取5球，所出現之號碼皆不連號的機率為：

- (1) $\frac{2}{13}$ (2) $\frac{3}{13}$ (3) $\frac{5}{13}$ (4) $\frac{6}{13}$ (5) $\frac{9}{13}$

2. 二次曲線 $\Gamma: \frac{x^2}{\sin(19^{2009})^\circ} + \frac{y^2}{\cos(19^{2009})^\circ} = 1$ 的圖形為下列哪一種形態？

- (1) 焦點在 x 軸上之橢圓
(2) 焦點在 y 軸上之橢圓
(3) 焦點在 x 軸上之雙曲線
(4) 焦點在 y 軸上之雙曲線
(5) 沒有圖形

二、多選題（32分）

說明：第3至6題，每題各有4個選項，其中至少有一個是正確的。選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題8分，各選項獨立計分，每答對一個選項，可得2分，每答錯一個選項，倒扣2分，完全答對得8分；整題未作答者，不給分亦不倒扣分數。在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣2分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

3. 設 m 為一複數，若 $1+i$ 為方程式 $x^3+m=0$ 的一根，則下列哪些複數也是 $x^3+m=0$ 的根？

- (1) $1-i$
(2) $\frac{-1-\sqrt{3}}{2} + \frac{-1+\sqrt{3}}{2}i$
(3) $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}i$
(4) $\frac{-1+\sqrt{3}}{2} + \frac{-1-\sqrt{3}}{2}i$

4. 已知 $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ ，則下列敘述哪些正確？

- (1) A^{-1} 不存在 (2) $A^{-1} = A$
(3) A^{-1} 為 A 的轉置矩陣 (4) $A^{-1} = -A$

5. 將 $(1+x)^{10}$ 展開得 $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_9x^9 + a_{10}x^{10}$ ，若其各項的係數 $\langle a_0, a_1, a_2, \dots, a_{10} \rangle$ 的算術平均數為 M ，中位數為 Me ，則下列哪些正確？

- (1) $M > 90$
- (2) Me 為二位數
- (3) Me 為 6 的倍數
- (4) Me 為 7 的倍數

6. 平面上過點 $P(1, 2)$ 作圓 $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ 之二切線，切點為 A, B ，則下列敘述哪些正確？

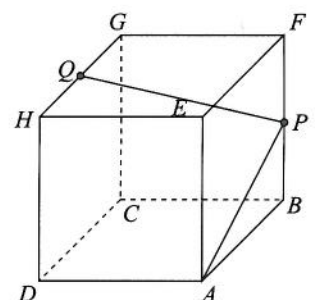
- (1) $\overline{PA} = 1$
- (2) $\overline{AB} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$
- (3) $\triangle PAB$ 之面積為 $\frac{3}{10}$
- (4) $\triangle PAB$ 之外接圓方程式為 $x^2 + y^2 + 3x + y - 10 = 0$

三、選填題 (36 分)

說明：A 至 F 各題為選填題，劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (7~28) 內。每一題完全答對得 6 分，答錯不倒扣；未完全答對不給分。

- A. 已知 $a > 1, b > 1, c > 1$ ，試問 $\log_a b + 2\log_b c + 4\log_c a$ 的最小值 = ⑦。
- B. 甲袋中有兩個 50 元硬幣，乙袋中有 3 個 10 元硬幣，今自甲袋任取一硬幣，同時自乙袋中取一硬幣互換，如此進行 3 次，則甲袋中的硬幣總金額期望值為 $\frac{8⑧9⑩}{1①}$ 元。(化為最簡分數)
- C. 投擲一公正骰子 4 次，則在第一次出現奇數點的條件下，點數和為 8 的機率是 $\frac{12⑬}{14⑮16}$ 。(化為最簡分數)

D. 如右圖： $ABCD - EFGH$ 為一正立方體， P, Q 分別為 \overline{BF} 與 \overline{GH} 之中點，若 $\angle APQ = \theta$ ，則 $\sin \theta =$ $\sqrt{\frac{17⑰18}{19⑲20}}$ 。(化為最簡分數)



E. 若 $\triangle ABC$ 之三邊長分別為 5, 7, 8, P 在 $\triangle ABC$ 內部, 則 P 到三邊距離之平方和的最小值
= $\frac{\textcircled{21}\textcircled{22}\textcircled{23}}{\textcircled{24}\textcircled{25}}$ 。(化為最簡分數)

F. 設 x, y 均為正整數, 若已知 $(x+y) + (x-y) + (x \cdot y) + (\frac{x}{y}) = 735$, 則數對 $(x, y) =$
 $(\textcircled{26}\textcircled{27}, \textcircled{28})$ 。

第貳部分：非選擇題 (20 分)

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號（一、二），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。每題配分標於題末。

一、設 $\triangle ABC$ 的三頂點分別為 $A(0, 0, 4), B(0, 4, 0), C(-3, 1, 0)$ 試求 $\triangle ABC$ 的外心坐標？(8 分)

二、欲將兩種大小不同的鋼板截成 $A、B、C$ 的三種規格，各種鋼板可截得的規格如右表：

	A 規格	B 規格	C 規格
大鋼板	2	1	1
小鋼板	1	2	3

若欲得 $A、B、C$ 三種規格的產品各為 15、18、27 件，則需要的鋼板總數最少為何？(請詳述過程，並在座標平面上畫圖求解) (12 分)

