

臺中區國立高級中學九十九學年度
大學入學指定科目考試第一次聯合模擬考

數學乙

試題編號：AU-3992
考試日期：100.02.25

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

題型題數：單選題 2 題，多選題 3 題，選填題第 A 至 E 題共 5 題，非選擇題共二大題

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在「答案卡」上劃記，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液。

第貳部分作答於「非選擇題答案卷」，請在規定之欄位以較粗的黑色或藍色原子筆、鋼珠筆或中性筆作答，並標明題號。

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11，而正確的答案為 7 亦即選項 (3)時，考生要在答案卡第一列 $\overset{3}{\square}$ 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若多選題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 $\overset{1}{\square}$ 與 $\overset{3}{\square}$ 劃記，如：

10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

(二) 選填題的題號是 A, B, C, …, 而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而答案是 $\frac{3}{8}$ 時，則考生必須分別在答案

卡的第 18 列的 $\overset{3}{\square}$ 與第 19 列的 $\overset{8}{\square}$ 劃記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在

答案卡的第 20 列的 \square 與第 21 列的 $\overset{7}{\square}$ 劃記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

祝考試順利

第壹部分：選擇題（佔76分）

一、單選題（12分）

說明：每題有5個選項，其中只有一個是最適當的答案。各題答對者得6分；該題未作答或答錯者，以零分計算。

1. 下列哪一個選項是錯誤的？

(1) $\log_8 9 = \frac{2}{3} \log_2 3$

(2) $\log_9 4 = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{2}$

(3) $\log_{\frac{1}{2}} 3 = \log_2 \frac{1}{3}$

(4) $\sqrt{(\log 0.5)^2} = \log 0.5$

(5) $\log_{0.6} 0.3 > 1$

2. 設 x 為實數且 $-2 \leq x \leq 1$ ，多項式 $f(x) = \begin{vmatrix} 2-x & 1 & (x-2)^2 \\ 1-x & 1 & (x-1)^2 \\ 4+x & 1 & (4+x)^2 \end{vmatrix}$ ，若 $f(x)$ 的最大值為 m ，

最小值為 n ，則 $m+n =$

(1) 22

(2) -22

(3) $\frac{79}{4}$

(4) $-\frac{79}{4}$

(5) 6

二、多選題（24分）

說明：第3至5題為多選題，每題各有4個選項，其中至少有一個是正確的。選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題8分，各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得8分。答錯一個選項，得4分；所有選項均未作答或錯兩個或兩個以上選項者者，該題以零分計算。

3. 已知 $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ 為實係數三次多項式，若 $f(0) > 0$ ， $f(2) < 0$ ，複數 $2i - 2$ 為方程式 $f(x) = 0$ 的一根，則下列選項哪些是正確的？
- (1) $f(2i + 2) = 0$
 - (2) $f(3) > 0$
 - (3) $y = f(x)$ 的圖形恰與 x 軸交於一點
 - (4) 沒有實數 x 滿足方程式 $f(x^2) = 0$
4. 擲一枚均勻的硬幣 10 次，設恰出現 k 次正面的機率為 p_k ($k = 0, 1, 2, \dots, 10$)，而出現正面次數 k 的平均數為 μ 、標準差為 σ ，則下列選項哪些是正確的？ ($\sqrt{10} \approx 3.16$)
- (1) $p_4 < p_8$
 - (2) $p_0, p_1, p_2, \dots, p_{10}$ 中以 p_5 為最大
 - (3) $\sigma^2 \geq 3$
 - (4) $(\mu - \sigma) \leq k \leq (\mu + \sigma)$ 的機率為 $\frac{21}{32}$
5. 已知方程組 $G: \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z = 0 \\ a_3x + b_3y + c_3z = 0 \end{cases}$ 有一組解為 $(-2, 1, 2)$ ，且方程組 G 表示相異三平面的方程組，若另一方程組 $H: \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$ 有一組解為 $(3, 2, 1)$ ，則下列哪些亦是方程組 H 的解？
- (1) $(0, 0, 0)$
 - (2) $(1, 3, 3)$
 - (3) $(5, 1, -1)$
 - (4) $(-1, 3, 5)$

第貳部分：選填題（40 分）

說明：A 至 E 題為選填題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（6~17）內。每一題完全答對得 8 分，答錯不倒扣；未完全答對不給分。

- A. 某家筆電業者舉辦「寄 mail，捐千萬」的慈善活動，活動內容如下：「當你接獲這封愛心 mail 時，請你在一分鐘之內，將這封愛心 mail 傳給 2 位你的好友，則本公司將捐出 1 元給慈善團體。」設每位民眾在收到愛心 mail 後傳出 2 封愛心 mail 的最快時間為 1 分鐘，則在該公司發出這封愛心 mail 給某一位民眾後，最快在 ⑥⑦ 分鐘之內，便可藉由此愛心 mail 傳遞的活動，達成該公司捐出一千萬的目標。（ $\log 2 = 0.3010$ ）
- B. 某醫院以羊膜穿刺法檢驗胎兒唐氏症技術的正確率為 95%（即有唐氏症的胎兒中 95% 被偵測出有唐氏症，未有唐氏症的胎兒中 95% 被偵測出確實沒有）。今有 100 位孕婦接受此羊膜穿刺法檢驗；檢驗後，報告中判斷為未懷有唐氏症胎兒的孕婦有 86 位，試問這 100 位孕婦當中真正懷有唐氏症胎兒的有 ⑧⑨ 位。
- C. 有九位同學在學測後相約去參觀花博，為方便盡情欣賞而進行不限定組數的分組，約好每組最多 4 人，最少 2 人，則共有 ⑩⑪⑫⑬ 種分組方式。
- D. 已知袋中有編號 1, 2, 3 的白球各 1 個，編號 1, 2 的紅球各 1 個，編號 1, 2, 3 的黑球各 1 個，今自袋中選取兩球，每個球被選取的機率相等，則已知取出兩球顏色相異的條件下，兩球同號的機率 = $\frac{⑭}{⑮}$ 。（化為最簡分數）
- E. 將“google”一字所有的字母重新排列，相同字母不相鄰，請問有 ⑯⑰ 種不同排法。

第貳部分：非選擇題（24 分）

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號（一、二），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。每題配分標於題末。

- 一、某公司舉辦親子同遊，觀賞花博，共有 1000 人報名參加；舉辦處向旅行社租用遊覽車，該旅行社可租借的大巴士有 30 輛，每輛可乘載 40 人，每輛租金 6000 元；小巴士有 40 輛，每輛可乘載 20 人，每輛租金 2000 元。考慮停車數量的限制，租用車輛不能超過 30 輛。試問租借大巴士、小巴士各幾輛，來負責此次旅遊的接泊，最節省承租車輛的費用，此時花費多少？（14 分）
- 二、設 $a > 0$ ， $b > 0$ ，且 $a \neq b$ ，試比較 $a^a b^b$ 與 $a^b b^a$ 的大小，並證明之。（10 分）