

全國公私立高級中學

九十九學年度指定科目第五次聯合模擬考試

考試日期：100年3月1~2日

物理考科

—作答注意事項—

考試時間：80分鐘

作答方式：

- 選擇題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液(帶)。
- 非選擇題請在「答案卷」上作答，務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。更正時，可以使用修正液(帶)。

祝考試順利

第壹部分：選擇題(佔 80 分)

一、單選題(佔 60 分)

說明：第 1 題至第 20 題，每題選出一個最適當的選項，標示在答案卡之「選擇題答案區」。每題答對得 3 分，整題未作答或答錯者，該題以零分計算。

1. 一物體受到 9.8kgw 合力時，產生的加速度量值為 9.8m/s^2 ，則此物體質量為多少 kg ？
- (A) 1 (B) 2 (C) 3
(D) 5 (E) 9.8

2. 下列敘述哪一項正確？
- (A) 複棒(雙金屬棒)遇冷時會朝膨脹係數較小的一方彎曲
(B) 中心挖洞的古代錢幣受熱時中間的洞會變小
(C) 發電廠用高壓電送電，是因為電壓越高可以送出的電流越大
(D) 封閉線圈因為電磁感應產生的電流只能維持一小段時間，是因為線圈有電阻
(E) 核能發電的原理是利用核反應會產生電流

3. 中國製與臺灣製兩部玩具汽車參加賽車比賽。由同一地點朝同一方向做直線運動。兩車的運動速度 $v(\text{m/s})$ 與時間 $t(\text{s})$ 的關係如圖 1。虛線為中國汽車，一開始加速驚人，但在第 10 秒時就因故障而減速至停止不動。實線為臺灣汽車，剛開始加速較慢，但在第 15 秒之後就穩定前進。求 0 到 30 秒間兩車位移各為何？

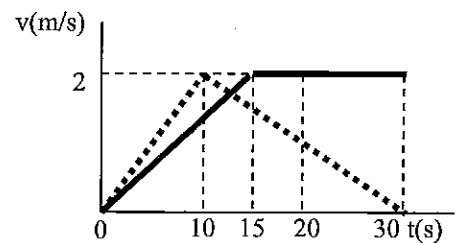


圖 1

- (A) 臺灣汽車位移 60 m ，中國汽車位移 45 m ，臺灣製勝
(B) 臺灣汽車位移 45 m ，中國汽車位移 60 m ，中國製勝
(C) 臺灣汽車位移 45 m ，中國汽車位移 30 m ，臺灣製勝
(D) 臺灣汽車位移 30 m ，中國汽車位移 45 m ，中國製勝
(E) 兩部車位移相等

4. 如圖 2，力桌實驗時，若小銅環因 A、B、C 三線的張力不平衡而緊貼住插栓(黑色實心圓)，應採取下列哪一步驟才能做出正確的實驗？

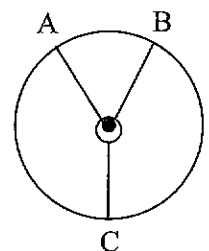


圖 2

- (A) 將 A、B、C 三線砝碼重量全部加倍
(B) 減少 C 砝碼的重量
(C) 減少 A 砝碼的重量
(D) 減少 B 砝碼的重量
(E) 將 A、B 兩線繩子長度加長

5. 如圖 3，一隻水平均勻橫桿重量 w 、長度 L 。橫桿上方正中央站著一隻重量亦為 w 的鸚鵡。橫桿兩端各以相同繩子綁在天花板上，使兩繩均與橫桿垂直。如果左右兩繩可以承受的最大力量均為 $5w/4$ ，則鸚鵡可以自由移動的左、右距離各為多大？

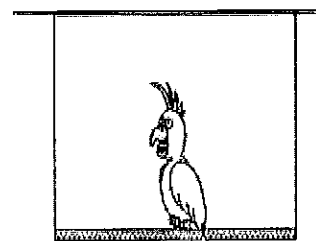


圖 3

- (A) $L/4$ (B) $L/5$ (C) $L/6$
(D) $L/8$ (E) $L/10$
6. 如圖 4，在一水平粗糙面上有一個啞鈴質量 m 、內軸半徑為 r 、外軸半徑為 R ； O 點位於轉軸上。將一細繩纏繞於啞鈴的內軸，另一端以漸增的水平力 F 向右拉，當啞鈴恰可移動時，其運動情況為下列哪一項(啞鈴與水平面的接觸點無相對滑動)？

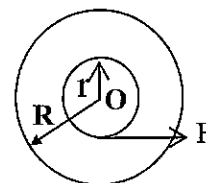


圖 4

- (A) O 點向右移動，同時啞鈴逆時針轉動
(B) O 點向右移動，同時啞鈴順時針轉動
(C) O 點向左移動，同時啞鈴順時針轉動
(D) O 點向左移動，同時啞鈴逆時針轉動
(E) O 點向右移動，啞鈴不轉動
7. 如圖 5，定量的理想氣體密封於一氣室內，氣室的上方裝有一重量 w ，可以活動的氣密活塞。此活塞與氣室壁全為絕熱材質，僅可由氣室底部加熱。今緩慢在氣室底部加熱，使活塞由下(實線部分)向上移動一段距離後，立即關閉熱源，並將氣室底部以絕熱片封住，最後活塞停在上方斜線處。忽略活塞與氣室間摩擦力與其熱膨脹，則氣室內氣體的壓力 P 、溫度 T 及分子總動能 E 各自有何變化？

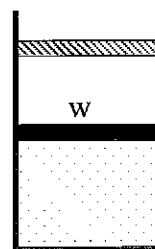


圖 5

- (A) P 不變， T 變大， E 變大
(B) P 不變， T 變小， E 變小
(C) P 變小， T 變小， E 變小
(D) P 變大， T 變大， E 變大
(E) P 不變， T 不變， E 不變
8. 夏日的午後喝一杯冰咖啡會覺得很暢快。聰明的阿基師想用 20 公克的咖啡粉調製一杯總重量為 200 克重、 10°C 的冰咖啡。他將 30°C 的咖啡粉放入一絕熱杯內，再加入 100°C 的熱水和 0°C 的冰塊。假設沒有熱的散逸，試問他應取用幾克的熱水和幾克的冰塊？(咖啡粉比熱為 0.45 卡/克 $\cdot^{\circ}\text{C}$ ，水的凝固熱及汽化熱分別為 80 卡/克及 540 卡/克，不考慮咖啡粉溶解所吸收的熱量)
- (A) 熱水 90 克，冰塊 90 克
(B) 熱水 10 克，冰塊 170 克
(C) 熱水 22 克，冰塊 158 克
(D) 熱水 91 克，冰塊 89 克
(E) 熱水 89 克，冰塊 91 克

9. 如圖 6，兩個相同的質輕彈簧分別在上方放上重 w 與 $2w$ 的物體，結果兩彈簧共被壓縮 L 的長度。如果把兩物體位置對調，則兩彈簧共被壓縮的長度為多少？(彈簧壓縮量均在虎克定律適用範圍內)

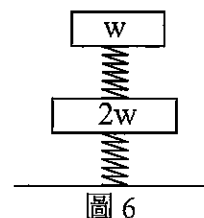


圖 6

- (A) $5L/4$ (B) $5L/2$ (C) $2L$
(D) $3L/2$ (E) L

10. 在圖 7 中 A 點有一歹徒，見到警察靠近，立刻由靜止以 $g/10$ 的等加速度朝 O 點奔跑 (g 為重力加速度量值)。同時間飛過 B 點的老鷹，因一時腿軟在 B 鬆開了夾在腳下的烏龜，此落下的烏龜恰在 C 點擊昏歹徒。設烏龜被鬆開時高度為 H ，與歹徒水平距離 $5H$ 。ABCO 在同一平面上，忽略空氣阻力與歹徒身高。則老鷹鬆腳時的飛行速率 v 為何？

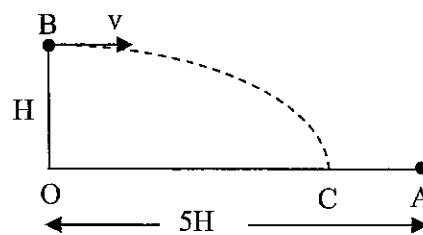


圖 7

- (A) $\frac{20}{49}\sqrt{gH}$ (B) $\frac{20}{49}\sqrt{2gH}$ (C) $\frac{49}{20}\sqrt{gH}$
(D) $\frac{49}{20}\sqrt{2gH}$ (E) $\sqrt{2gH}$

11. 假設質量為 m 的蜘蛛人在牆壁上的攀爬力和手中發出的蜘蛛絲總數目成正比。現在蜘蛛人發出 N 條蜘蛛絲，可使自己以 $g/3$ 的等加速度貼著牆壁鉛直上爬 (g 為重力加速度量值)。今要改以 $g/2$ 的等加速度上爬，則發出的蜘蛛絲總數目應變為幾條？(不考慮空氣阻力及蜘蛛人與牆壁間摩擦力)

- (A) $11N/8$ (B) $10N/9$ (C) $5N/2$
(D) $3N/2$ (E) $9N/8$

12. 如圖 8，一油壓機內裝密度為 ρ 之液體，兩活塞截面積各為 A 與 $2A$ ，活塞的重量與所受阻力可忽略。今在左、右活塞上各放置重量為 W 及 $3W$ 的物體時，左邊活塞比右邊活塞高 h 。如果將兩活塞上的重物對調，則兩活塞高度相差為何？

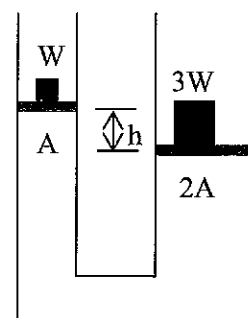


圖 8

- (A) 左邊比右邊高 $5h$
(B) 右邊比左邊高 $5h$
(C) 左邊比右邊高 $3h/2$
(D) 右邊比左邊高 $3h/2$
(E) 兩邊恰巧一樣高

13. 根據 x 秘密檔案，太空超人曾將外星人置放在白宮草坪上的超級炸彈，用力鉛直上拋，當炸彈達最高點時恰好爆炸，經觀測爆炸時離地面 $9R$ 。若太空超人以同樣的初速將炸彈斜向拋出，並遙控炸彈方向使其在爆炸前繞地球做等速率圓周運動，則炸彈此時離地面多高？(其中 R 為地球半徑，忽略炸彈所受空氣阻力，且遙控炸彈方向不需對炸彈做功)

(A) $5R$ (B) $4R$ (C) $3R$
(D) $2R$ (E) $3R/2$

14. 如圖 9，將外直徑為 $2r$ 的圓形便當盒置入內直徑為 $4r$ 的圓形玻璃槽內。如果便當盒的重量為 w ，則需在玻璃槽內至少注入多少重量的水，才可使便當盒上浮？(假設水無流進便當盒內，亦無溢出玻璃槽)

(A) w (B) $2w$ (C) $3w$
(D) $4w$ (E) $5w$

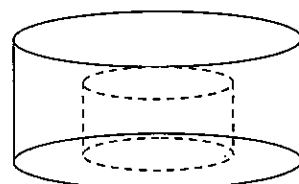


圖 9

15. 如圖 10，一個口字形水管，E 處左方的水管其截面積為右方水管的二倍，放置地面時將 CD 部分墊高，使全部水管中心軸與地面平行。當內部有逆時針穩定水流流動時，若流經 D 處的水受到水管壁的平均作用力量值為 F ，則流經 A 處的水受到水管壁的平均作用力量值為何？

(A) $\frac{\sqrt{10}}{4}F$ (B) $\frac{\sqrt{10}}{2}F$ (C) $\sqrt{5}F$
(D) $2F$ (E) $F/2$

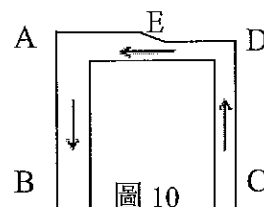


圖 10

16. 如圖 11，有一個水平的氣室，氣室內部有一個絕熱良好、可自由活動的活塞。在活塞兩邊各注入等質量的理想相同氣體。當活塞不動時左方氣室體積、絕對溫度分別為 $V/3$ 及 T 。右方氣室體積、壓力分別為 $2V/3$ 及 P 。如果對左方氣室加熱，使活塞向右移動，最後活塞位於氣室正中央，但右方氣室溫度一直保持不變。則最後左方氣室之壓力及絕對溫度各為何？(不考慮氣室與活塞的膨脹)

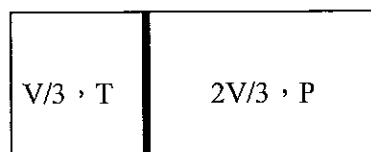


圖 11

(A) P, T (B) $4P/3, 3T/2$ (C) $2P, T$
(D) $5P/3, 2T$ (E) $4P/3, 2T$

17. 如圖 12，光滑平面桌上有質量皆為 m 的 A、B 二物體上下相疊，彼此間的靜摩擦係數為 0.5。細線一端水平繫住物體 B，跨過光滑定滑輪後另一端繫上質量為 M 的物體。如果要使 A、B 二物體不會相對滑動，則 M/m 的最大值為何？
- (A) 4 (B) 3 (C) 2
(D) 1/2 (E) 1/4

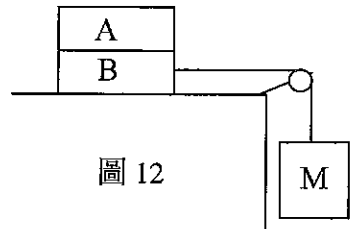


圖 12

18. 如圖 13，一個水平光滑桌面，中間挖一個光滑小洞，再用長 L 的輕繩，兩端分別繫上 M 和 m 的質點。使 M 和 m 同時在桌面及桌下作等速率圓周運動，兩者週期相同。忽略桌子的厚度與 M 的高度(亦即桌上繩子成水平)，則桌面上的繩長為何？
- (A) mL/M
(B) $ML/(M+m)$
(C) ML/m
(D) $mL/(M+m)$
(E) $(M-m)L/(M+m)$

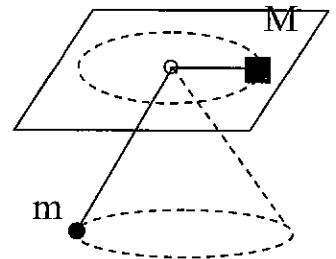


圖 13

19-20 題為題組

如圖 14，一水平光滑軌道右端連接一不完整的光滑圓形軌道，軌道半徑為 R 。整個軌道鉛直站立，不能晃動。從上方軌道穿入中心挖孔，質量分別為 M 和 m 的 A、B 二小鋼球至水平軌道處。讓 B 球靜止，而 A 球從左方以 $v=3\sqrt{gR}$ 的速率碰撞 B 球。(g 為重力加速度量值)

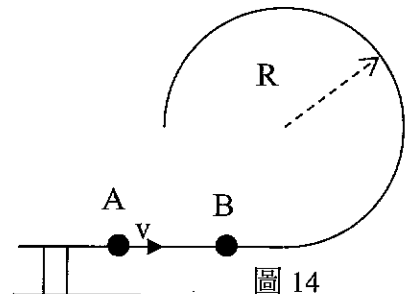


圖 14

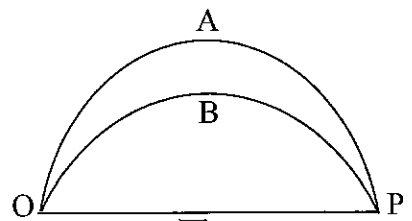
19. 如果碰撞為完全彈性碰撞，且碰撞後要使 B 球跨過圓形軌道最高點，則 M/m 的最小值應為何？
- (A) 11/4 (B) 2 (C) 1/2
(D) 1/3 (E) 1/4
20. 如果 $M/m=11/4$ ，且碰撞為完全非彈性碰撞，則碰撞後 A 和 B 的合體跨過圓形軌道最高點時，施予軌道的力量為何？
- (A) 向上 $7mg/4$ (B) 向下 $7mg/4$ (C) 向上 $3mg/5$
(D) 向下 $3mg/5$ (E) AB 合體無法抵達最高點

二、多選題(佔 20 分)

說明：第 21 題至第 24 題，每題各有 5 個選項，其中至少有一個是正確的。選出正確選項，標示在答案卡之「選擇題答案區」。每題 5 分，各選項獨立計分，只答錯一個選項，得該題 3/5 題分；錯兩個選項，得該題 1/5 題分。整題未作答者或答錯多於兩個選項者，該題以零分計算。

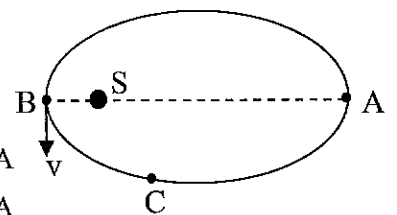
21. 「月落烏啼霜滿天，江楓漁火對愁眠，姑蘇城外寒山寺，夜半鐘聲到客船」。這首詩裡有很多物理現象。下列哪些正確？
- (A) 水氣結成霜時會放出熱量
 (B) 如果黃色的漁火照射在紅色的楓葉，反射後會使楓葉看起來為紅色
 (C) 如果寒山寺與客船之間空氣溫度一直變化，則鐘聲傳播過程，頻率也會一直變化
 (D) 能夠分辨烏鴉聲與鐘聲，是因為兩者音色不同
 (E) 詩中所提月亮西落時已經是夜半(晚上 12 點)，則當天應是農曆 15 日前後

22. 如圖 15，在水平足球場上，貝克漢與周星馳前後在 O 點處將相同的 A、B 二足球踢出。A、B 二球分別以仰角 60° 及 30° 沿著 A、B 二條拋物線落在 P 處的地面。不考慮一切的阻力，並且將球視為質點，則對 A、B 二球的比較，下列哪些正確？



- (A) A 球的離地瞬時速率較大
 (B) 在飛行過程中 A 球的力學能較大
 (C) 達最高點時，A 球的動量量值較小
 (D) 整個飛行過程，重力對 A 球的衝量量值較大
 (E) 整個飛行過程，重力對 A 球作功的平均功率較大

23. 如圖 16，有一行星繞著恆星 S 作逆時針橢圓軌道運行， \overline{AB} 為長軸。則下列哪些正確？



- (A) 此行星在 A、B、C 三點的加速度量值大小為 $B > C > A$
 (B) 此行星在 A、B、C 三點的角動量量值大小為 $B > C > A$
 (C) 此行星在 A、B 二點的動量量值大小為 $B > A$
 (D) 當行星由 C 運動至 A 的過程中，恆星 S 對此行星作負功
 (E) 此行星在 B、C 間的時間比在 C、A 間的時間長

24. 如圖 17，半徑為 R 、質量為 M 的半圓形碗，內部完全光滑，靜置於光滑水平桌面上。現在由碗的最邊緣由靜止釋放一個質量為 m 的質點 ($m < M$)。當小質點滑落至碗底時，下列哪些正確？

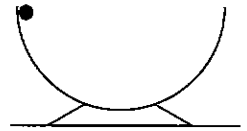


圖 17

- (A) 就動量量值比而言，小質點比碗為 $m : M$
- (B) 就動能比而言，小質點比碗為 $m : M$
- (C) 就水平位移量值比而言，小質點比碗為 $M : m$
- (D) 如果小質點與碗內部有摩擦力，且小質點仍可滑至碗底時兩者的動量量值比不受影響
- (E) 如果小質點與碗內部有摩擦力，且小質點仍可滑至碗底時兩者的水平位移量值比不受影響

第貳部分：非選擇題(佔 20 分)

說明：本大題共有二題，作答都要用 0.5 mm 或 0.7 mm 之黑色墨水的筆書寫。答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明題號（一、二）及小題號（1、2、...）。作答時不必抄題，但必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。每題配分標於題末。

一、如圖 18，一個斜角為 45° 的靜止斜面 A 與一物體 B，質量皆為 m ，同置於一光滑水平面上。物體 B 以 v 的速率朝靜止的斜面 A 運動，求以下各題。

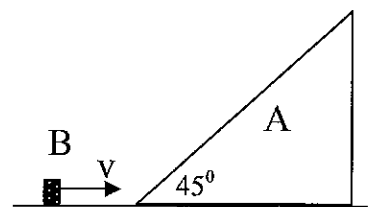


圖 18

1. 若物體 B 與斜面 A 間無摩擦，但斜面 A 被固定在平面上不能移動，則物體 B 沿斜面 A 上升的最大高度為何(重力加速度量值為 g)？(2 分)
2. 若物體 B 與斜面 A 間的動摩擦係數為 0.5，且斜面 A 被固定在平面上不能移動，則物體 B 沿斜面 A 上升的最大高度為何？(4 分)
3. 若物體 B 與斜面 A 間無摩擦，且斜面 A 可在光滑平面上自由移動，則物體 B 沿斜面 A 上升的最大高度為何？(4 分)

二、如圖 19，一彈力常數 $k = 1\text{N/m}$ 的質輕彈簧，水平放置於光滑平面上。左端繫於牆上，右端靠著質量 $m = 1\text{kg}$ 的物體，用力將物體向左壓縮 1 公尺後自由釋放(壓縮長度在虎克定律適用範圍內)，求以下各題。

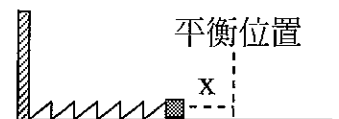


圖 19

1. 此物體可達的最大速率為何(m/s)。(2 分)
2. 當此物體被釋放後向右運動，在尚未通過平衡點，且與平衡點相距 x 距離時 ($0 < x < 1\text{m}$)，如圖 19 中情況，則彈簧對物體作功的瞬時功率 P 與 x 的關係式為何？(4 分)
3. 求(2)中瞬時功率 P 的最大值(Watt)。(4 分)

物理考科解析

考試日期：100年3月1~2日

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
E	D	C	B	A	B	A	E	A	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
E	B	B	C	E	E	C	D	C	D
21	22	23	24						
ABD	CD	ACD	CDE						

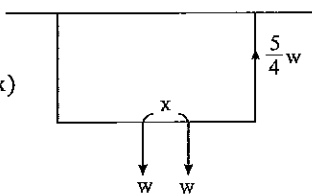
第壹部份

一、單選題

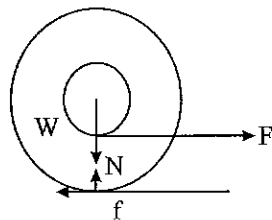
- 1kgw = 9.8N $m = F/a = (9.8 \times 9.8) / 9.8 = 9.8$
- (A)遇冷時，膨脹係數大者縮短較多，因此往大者彎曲
(B)變大 (C)用高壓電送出較小電流，減少在輸送過程中損耗電能 (E)核反應不會產生電流
- v-t 圖面積為位移，
臺灣汽車位移 = $\frac{1}{2} \times 15 \times 2 + 15 \times 2 = 45$
中國汽車位移 = $\frac{1}{2} \times 30 \times 2 = 30$

4. 圖中表示 C 繩法碼太重，因此採用(B)法

5. 設可離開中心點 x，
則以左端為轉軸
 $(\frac{5}{4}w)L = w \cdot \frac{L}{2} + w(\frac{L}{2} + x)$
 $\Rightarrow x = \frac{L}{4}$



6. 此啞鈴受 F，重力 W，地面正向力 N，及摩擦力 f(圖中 f 的方向僅供參考)。以地面接觸點為轉軸的話，W, N, f 均無力矩，而 F 會產生順時針力矩。故啞鈴順時針轉動。O 點也跟著向右移動



7. $P = \frac{W}{A}$ ∴ w, A 不變，∴ P 不變
 $PV = Nk_B T$ ，∴ P 不變，但 V 變大，∴ T 變大
 $E = N(\frac{3}{2}k_B T)$ ，∴ T 變大，∴ E 變大
8. 設熱水 x 克，冰塊 y 公克
 $x + y = 200 - 20 = 180$ —(1)
熱水及咖啡粉放熱 = 冰塊吸熱
 $x \times 1 \times 90 + 20 \times 0.45 \times 20 = y \times 80 + y \times 1 \times 10$ —(2)
(1)(2)聯解得 x = 89，y = 91

9. 原始上方彈簧放重 w，壓縮量為 $\frac{w}{k}$ ，
下方彈簧上面共放重 w + 2w = 3w，壓縮量 $\frac{3w}{k}$ ，
∴ $L = \frac{w}{k} + \frac{3w}{k} = \frac{4w}{k}$ —(1)
依此原理，對調後上、下方壓縮量各為 $\frac{2w}{k}$ 及 $\frac{3w}{k}$
∴ 全部壓縮量 $L' = \frac{2w}{k} + \frac{3w}{k} = \frac{5w}{k}$ —(2)

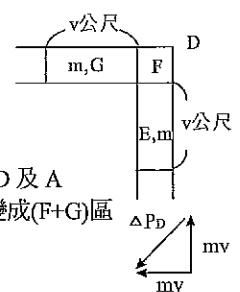
(2) 得 $L' = \frac{5}{4}L$
(1)

10. 烏龜自由落下 $H = \frac{1}{2}gt^2$ —(1)
烏龜加歹徒水平位移 $5H = vt + \frac{1}{2}(\frac{g}{10})t^2$ —(2)
(1)(2)聯解得 $v = \frac{49}{20}\sqrt{2gH}$
11. 設每條蜘蛛絲之力為 f，蜘蛛人質量為 m，
則 $Nf - mg = m(\frac{g}{3})$ —(1)
若要以 $\frac{g}{2}$ 向上加速需 N' 條蜘蛛絲，
則 $N'f - mg = m(\frac{g}{2})$ —(2)
(1)(2)聯解得 $N' = \frac{9}{8}N$

12. 原平衡時 $\frac{W}{A} + \rho gh = \frac{3W}{2A}$ —(1)
重物對調平衡時，設右邊比左邊高 h'，
則 $\frac{3W}{A} = \frac{W}{2A} + \rho gh'$ —(2)
(1)(2)聯解得 $h' = 5h$
13. 鉛直上拋時，施予能量 E，
則 $-\frac{GMm}{R} + E = -\frac{GMm}{10R}$ —(1)
斜拋成等速率圓周運動時距地心 nR，
則 $-\frac{GMm}{R} + E = \frac{1}{2}[-\frac{GMm}{nR}]$ —(2)

[註：繞地球作等速率圓周運動時，總力學能 = $\frac{1}{2}U$]

- (1)(2)聯解得 n = 5，因此距地面 4R
14. 浮力 B = 被排開液體重。而要便當盒浮起，浮力 B = 便當盒重量 w。設倒入液體高度 h 時，便當盒恰可浮起，
則 B = 被排開液重 $\Rightarrow \rho(\pi r^2 h)g = w$ ，ρ 為液體密度，倒入的液體重 $= \rho[\pi(2r)^2 h - \pi r^2 h]g = \rho(3\pi r^2 h)g = 3w$
15. 設 CD 及 DA 管截面積為 a，
水流速率為 v，AB 截面積 2a，
水流速率 v'，依連續方程式
 $(2a)v' = av \Rightarrow v' = \frac{v}{2}$
利用衡量 = 動量變化分別求出 D 及 A 處施力。(E+F)區的水經 1 秒後變成(F+G)區的水，因為 F 區相同，
∴ $\vec{F}_D \times 1 = \Delta \vec{P}_D = \sqrt{2}mv$ ，✓

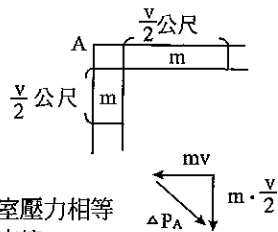


$$\therefore F_D = \sqrt{2}mv \quad (1)$$

$$\text{同法 } \vec{F}_A \times 1 = \Delta \vec{P}_A = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} mv = \sqrt{\frac{1}{2}} mv, \searrow$$

$$\therefore F_A = \sqrt{\frac{1}{2}} mv \quad (2)$$

$$\frac{(2)}{(1)} = \frac{F_A}{F_D} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$



16. 活塞達平衡不動原因為左右二室壓力相等
右室因溫度不變，依據波以耳定律

$$P' \left(\frac{V}{2}\right) = P \left(\frac{2V}{3}\right),$$

$$\therefore P' = \frac{4}{3}P (= \text{左方的壓力})$$

原來	$\frac{P}{V/3, T}$	$\frac{2V/3, P}{}$
----	--------------------	--------------------

左室利用理想氣體方程式，

$$\text{原來 } P \left(\frac{V}{3}\right) = Nk_B T \quad (1),$$

後來	$\frac{P'}{V/2, T'}$	$\frac{V/2, P'}{}$
----	----------------------	--------------------

$$\text{後來 } P' \left(\frac{V}{2}\right) = \left(\frac{4}{3}P\right) \left(\frac{V}{2}\right) = Nk_B T' \quad (2)$$

$$(2)/(1) \text{ 解得 } T' = 2T$$

17. A 受 B 施予摩擦力而加速，可允許之最大加速度量值為 $\mu mg/m = 0.5g \quad (1)$

當掛上 M 後，(A+B+M) 整個系統最大加速度即為 $0.5g$

$$0.5g = \frac{Mg}{M+m+m} \text{ 得 } M/m = 2$$

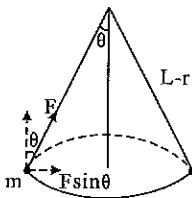
18. 設 M 迴轉半徑 r，週期 T，繩子張力 F，

$$\text{則 } F = M \cdot \frac{4\pi^2 r}{T^2} \quad (1)$$

設 m 擺角 θ ，繩長 (L-r)

$$\text{則 } F \sin \theta = m \cdot \frac{4\pi^2 [(L-r) \sin \theta]}{T^2} \quad (2)$$

$$(1)(2) \text{ 聯解得 } r = \frac{mL}{M+m}$$



19. 彈碰後 B 速率 $v_B = \frac{2Mv}{M+m} = \frac{6M\sqrt{gR}}{M+m} \quad (1)$

B 要達最高點，依力學能守恆 $\frac{1}{2}mv_B^2 = mg(2R)$

$$\text{得 } v_B = 2\sqrt{gR} \quad (\text{至少}) \quad (2)$$

$$(1)(2) \text{ 聯解 } \frac{6M\sqrt{gR}}{M+m} \geq 2\sqrt{gR} \Rightarrow M/m \geq \frac{1}{2}$$

20. 完全非彈性碰撞後合體速率為 v' ，依動量守恆定律

$$Mv = (M+m)v' \text{ 且 } M = \frac{11m}{4} \text{ 得 } v' = \frac{11}{15}v = \frac{11}{5}\sqrt{gR} \quad (1)$$

合體上至最高點速率為 v_{up} ，依力學能守恆，

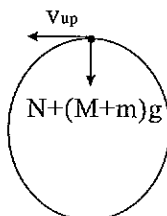
$$\frac{1}{2}(M+m)v'^2 = \frac{1}{2}(M+m)v_{up}^2 + (M+m)g(2R) \quad (2)$$

$$(1) \rightarrow (2) \text{ 得 } v_{up}^2 = \frac{21}{25}gR \quad (3)$$

設最高點時軌道施予合體之力為向下 N，

$$\text{則 } N + (M+m)g = \frac{(M+m)v_{up}^2}{R} \quad (4)$$

$$(3) \rightarrow (4) \text{ 得 } N = -\frac{4}{25}(M+m)g = -\frac{3}{5}mg,$$



負號表示假設方向錯誤，因此軌道施予合體向上 $\frac{3}{5}mg$ 之力，依據反作用定律，合體施予軌道向下 $\frac{3}{5}mg$ 之力

二、多選題

21. (C) 頻率不改變，此為自然現象
(E) 農曆 15 日，則晚上 12 點月亮高掛天空(例如中秋節)
若晚上 12 點月落，為農曆初七左右

22. (A) 水平射程 $R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$,

$$\text{因 } \sin(2 \times 30^\circ) = \sin(2 \times 60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \therefore v_0 \text{ 必相等}$$

$$(B) \because v_0 \text{ 相等，所以力學能為 } \frac{1}{2}mv_0^2, \text{ 二者相等}$$

(C) A、B 二球最高點水平動量 = 起始點水平動量，
分別為 $P_A = mv_0 \cos 60^\circ = \frac{1}{2}mv_0$

$$P_B = mv_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}mv_0 > P_A$$

$$(D) T = 2\left(\frac{v_0 \sin \theta}{g}\right), \therefore T_A > T_B, \text{ 衝量} = \vec{mg} \times T$$

\therefore 對 A 球衝量值較大

(E) m 上升又落下，重力對 m 作功為零，所以二者平均功率皆為零(相等)

23. (A) $a = F/m = \frac{GMm}{r^2}/m = \frac{GM}{r^2}$,

r 愈小，a 愈大

(B) 因為恆星對行星產生的力矩為零
(吸引力 \vec{F} 和 \vec{r} 反平行)，所以角動量守恆

(C) 根據克卜勒第二定律

$$r_B v_B = r_A v_A \Rightarrow v_B > v_A$$

$$\therefore \text{量值 } P_B = mv_B > mv_A = P_A (P_B > P_A)$$

(D) 因為恆星 S 對行星的作用力與行星運動方向夾角大於 90° ，故作負功

(E) 根據克卜勒等面積速率(第二定律)

BSC 的面積 < ASC 的面積，面積愈小，停留時間愈短

24. (A) 因水平方向不受外力，水平方向動量守恆(永遠為零)
因此二者動量量值相等(1:1)，但方向相反

$$(B) K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}, \therefore \text{二者動量量值 } P \text{ 相等}$$

$$\therefore K_m : K_M = \frac{p^2}{2m} : \frac{p^2}{2M} = M : m$$

(C) 因水平方向不受外力，所以水平質心位置不動，

$$\Delta x_C = \frac{M\Delta x_M + m\Delta x_m}{M+m} = 0 \Rightarrow \Delta x_m = -\frac{M}{m}\Delta x_M$$

位移量值比 $|\Delta x_m| : |\Delta x_M| = M : m$

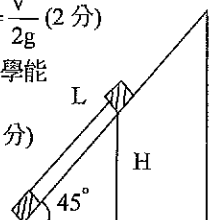
(D) 因為質點與碗的摩擦力為內力，系統水平總動量不受影響，因此比例不改變(仍為 1:1)

(E) 理由同(D)，算法同(C)

第貳部份

一. 1. 力學能守恆 $\frac{1}{2}mv^2 = mgH$, $H = \frac{v^2}{2g}$ (2分)

2. (原力學能) - (摩擦力作功) = 末力學能
設 B 物體可上滑 L 的長度，
動摩擦力 $f_k = \mu mg \cos 45^\circ \quad (1) (1分)$



$$\frac{1}{2}mv^2 - f_k L = mgH \quad (2) \quad (1 \text{ 分})$$

$$L \cos 45^\circ = L \sin 45^\circ = H \quad (3) \quad (1 \text{ 分})$$

$$(1)(2)(3) \text{ 聯解 } \frac{1}{2}mv^2 - \mu mg L \cos 45^\circ = mgH$$

$$\Rightarrow H = \frac{v^2}{2(1+\mu)g} = \frac{v^2}{3g} \quad (1 \text{ 分})$$

3. 設上升最高時為 H ，
則此時 A、B 同時以 v'
速度向右滑動

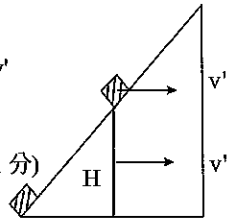
水平總動量守恆

$$mv = mv' + mv' \quad (1) \quad (1 \text{ 分})$$

力學能守恆

$$\frac{1}{2}mv^2 = \left(\frac{1}{2}mv'^2 + mgH\right) + \frac{1}{2}mv'^2 \quad (2) \quad (2 \text{ 分})$$

$$(1)(2) \text{ 聯解得 } H = \frac{v^2}{4g} \quad (1 \text{ 分})$$



二. 1. 力學能守恆 $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = 1 \text{ (m/s)} \quad (2 \text{ 分})$

2. 力學能守恆 $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \quad (1 \text{ 分})$

$$\Rightarrow v = \sqrt{1-x^2} \quad (1 \text{ 分})$$

瞬時功率 $P = Fv = kx\sqrt{1-x^2} = x\sqrt{1-x^2} \quad (2 \text{ 分})$

3. $P^2 = x^2(1-x^2) \quad (1 \text{ 分})$

令 $x^2 = y$ ，則 $P^2 = y(1-y) = y - y^2$

$$= -\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \quad (\text{配方法}) \quad (2 \text{ 分})$$

$\therefore P^2$ 最大值為 $\frac{1}{4}$ ， $\therefore P$ 最大值為 $\frac{1}{2}$ (Watt) (1 分)

