

# 2011 指定科目模擬考試卷

## 數學乙考科

### — 作答注意事項 —

考試時間：80 分鐘

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內劃記。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液（帶）。

第貳部分作答於「非選擇題答案卷」，並標明題號。請在規定之欄位以筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。更正時，可以使用修正液（帶）。

第壹部分作答示例：請仔細閱讀下面的例子。

(一)選擇題：只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題為單選題，選項為(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的  $\overset{3}{\square}$  劃記（注意不是 7），如：

選 擇 題 解 答 欄												
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 7 題為多選題，正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 7 列的  $\overset{1}{\square}$  與  $\overset{3}{\square}$  劃記，如：

7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

(二)選填題的題號是 A, B, C, …，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只在一個格子劃記。

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案卡的第 20

列的  $\overset{20}{\square}$  與第 21 列的  $\overset{7}{\square}$  劃記，如：

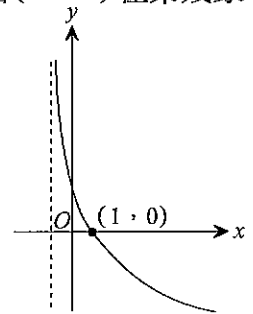
20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

第壹部分：選擇題（占 80 分）

一、單選題（占 24 分）

說明：第 1 至 4 題，每題選出最適當的一個選項，劃記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 6 分，答錯不倒扣。未作答者，不給分亦不倒扣分數。

1. 對數函數  $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+a) + b$  的部分圖形如右，其中虛線為漸近線，試問點  $(a, b)$  在第幾象限？
- (1) 一  
(2) 二  
(3) 三  
(4) 四  
(5) 無法確定



2. 2010 年臺北花卉博覽會組委會要從小張、小趙、小李、小羅、小王五名志願者中選派四人分別從事翻譯、導遊、禮儀、司機四項不同工作，每項工作均需派一人。若其中小張和小趙只能從事前兩項工作，其餘三人均能從事這四項工作，試求共有幾種不同的選派方案？
- (1) 72                      (2) 48                      (3) 36                      (4) 24                      (5) 18 種

3. 想要了解臺灣地區的公民對某議題支持的程度所作的抽樣調查，依性別區分，所得結果如下表：

	女性公民	男性公民
抽樣調查人數	600	800
贊成此議題的比例 $\hat{p}$	0.6	0.81

若在 95 % 的信心水準之下，不區分性別，信賴區間寬度為  $l$ ，則下列何者正確？

- (1)  $0.01 \leq l \leq 0.02$                       (2)  $0.02 \leq l \leq 0.03$                       (3)  $0.03 \leq l \leq 0.04$   
(4)  $0.04 \leq l \leq 0.06$                       (5)  $0.06 \leq l \leq 0.1$
4. 箱子中有 3 個黃球、4 個紅球、5 個黑球。且每個球被取的機會都均等， $P_1$  表示從箱子中一次取出 3 個球，取出的三球恰有兩個是黃球的機率； $P_2$  表示從箱子中依次取球 3 次，取後不放回，取出的球三次中恰有兩次是黃球的機率； $P_3$  表示從箱子中依次取球 3 次，取後放回，取出的球三次中恰有兩次是黃球的機率；試問下列哪個選項是正確的？
- (1)  $P_1 > P_2 > P_3$                       (2)  $P_1 > P_2 = P_3$                       (3)  $P_1 = P_2 > P_3$   
(4)  $P_1 = P_2 < P_3$                       (5)  $P_1 < P_2 = P_3$

## 二、多選題 (占 16 分)

說明：第 5 至 6 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項劃記在答案卡之「解答欄」。五個選項全部答對者得 8 分，只錯一個選項可得 4.8 分，錯兩個選項可得 1.6 分，未作答或錯三個以上選項不給分。

5. 試選出下列正確的選項？

- (1) 6 件不同物品全部任意分給 4 人，則可能有  $6^4$  種不同分法
- (2) 6 件不同物品全部分給 4 人，每人至少得一件，則可能有  $P_4^6 \times 4^2$  種不同分法
- (3) 6 件相同物品全部任意分給 4 人，則可能有  $C_3^9$  種分法
- (4) 6 件相同物品全部任意分給 4 人，每人至少得一件，則可能有  $C_3^5$  種分法
- (5) 6 件相同物品全部分別放入 4 個相同的箱子中，不可有空箱，則有 2 種不同結果

6. 學校想要了解高三 300 位同學學測的數學考科表現狀況，因此隨機抽樣 10 位學生，得到這 10 位學生的數學考科級分數分別為  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ ，並求得  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  的中位數為 6 分，算術平均數為 7 分，以及這 10 位學生成績的樣本標準差為 3 分。

(註：算術平均數  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ；樣本標準差  $s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2)}$ )

若令  $f(x) = (x_1 - x)^2 + (x_2 - x)^2 + \dots + (x_{10} - x)^2$ ，請問下列哪些選項是正確的？

- (1)  $f(7) = 81$
- (2)  $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 = 571$
- (3)  $f(6) < f(7)$
- (4) 高三 300 人的標準差會大於 3
- (5) 該校高三約有 204 位學生的數學級分數落在 4 到 10 級分

## 三、選填題 (占 40 分)

說明：1. 第 A 至 E 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (⑦ ~ ⑩)。  
2. 每題完全答對得 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 已知二次函數  $y = -x^2 + px + q$  的極大值為 4，則它的圖形與  $x$  軸的兩交點之間的距離為 ⑦。
- B. 某一細菌在培養皿中，一開始有 2 隻，一小時後分裂成 4 隻卻死去 1 隻，二小時後分裂成 6 隻卻死去 1 隻，三小時後分裂成 10 隻卻死去 1 隻，……按此規則下去，試問 10 小時後細菌存活的隻數為 ⑧⑨⑩⑪。

- C. 詮達高中校刊社想要在已經編輯好的 8 頁（不包含封面）校園月刊中，插入 3 頁不同的廣告，且插入的位置不限制（可置於內容頁的最前、中間或最後，亦可連續），則共有 ⑫⑬⑭ 種不同的插入方式。
- D. 已知  $x, y, z > 0$ ，且滿足  $x - 2y + 3z = 0$ ，則  $\frac{y^2}{xz}$  的最小值為 ⑮。
- E. 某公司作產品滿意度調查，得到的信賴區間為  $[0.69, 0.77]$ 。該公司懷疑結果之可信度，再作第二次抽樣調查，在同樣的信心水準之下，得到的信賴區間為  $[0.70, 0.76]$ 。已知第一次的有效問卷為 810 張，則第二次調查的有效問卷為 ⑯⑰⑱⑲ 張。

第貳部分：非選擇題（占 20 分）

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號（1、2），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。每題配分標於題末。

1. 某公司計劃投資甲、乙兩個專案，最多投資 60 億元的資金，按要求對專案甲的投資金額不小於對專案乙投資金額的  $\frac{2}{3}$  倍，且對兩個專案的投資均不能低於 5 億元，若專案甲每投資 1 億元可獲得 0.4 億元的利潤，專案乙每投資 1 億元可獲得 0.6 億元的利潤，則該公司正確規劃投資後，在這兩個專案上共可獲得的最大利潤為何？（10 分）
2. 有一實驗室培養兩種好菌，設  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  分別代表兩種培養菌在  $n$  分鐘（ $n=0, 1, 2, 3, \dots$ ）的數量，且發現彼此間有如下的關係： $a_{n+1} = \frac{3}{5}a_n + \frac{2}{3}b_n$ ， $b_{n+1} = \frac{2}{5}a_n + \frac{1}{3}b_n$ 。
- 已知二階方陣  $A$  滿足  $\begin{bmatrix} a_{n+2} \\ b_{n+2} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}$ ，
- (1) 試求二階方陣  $A$ 。（5 分）
- (2) 當  $a_0 = 100$ ， $b_0 = 60$ ，求半小時之後兩種好菌的數量  $a_{30}$  及  $b_{30}$ 。（5 分）

# 2011 指定考科模擬試卷

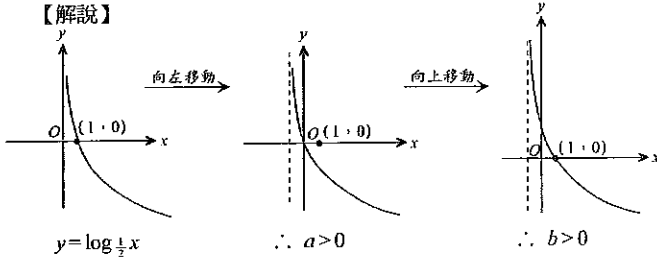
## 數學乙解析

### 第壹部分：選擇題

#### 一、單選題

1. (1)

【解說】



$$\Rightarrow a > 0 \text{ 且 } b > 0$$

$\therefore$  點  $(a, b)$  在第一象限

故選(1)

2. (3)

【解說】依題意，小張和小趙至少有一人被選派參與工作

①小張和小趙恰有一人被選派參與工作，方法數有：

$$C_1^1 \times 2! \times 3! = 24 \text{ 種}$$

②小張和小趙兩人均被選派參與工作，方法數有：

$$2! \times 3! = 12 \text{ 種}$$

$$\therefore \text{共有 } 24 + 12 = 36 \text{ 種}$$

故選(3)

3. (4)

【解說】女性贊成人數  $n_1 = 600 \times 0.6 = 360$

$$\text{男性贊成人數 } n_2 = 800 \times 0.81 = 648$$

$$\text{不區分性別贊成比例 } \hat{p} = \frac{360 + 648}{600 + 800} = 0.72$$

$$\text{不區分性別 } \hat{p} \text{ 的標準差 } \sqrt{\frac{0.72 \times 0.28}{1400}} = 0.012$$

$$\text{因此信賴區間寬度 } l = 4 \times 0.012 = 0.048$$

故選(4)

4. (4)

【解說】將球視為黃球 3 個與非黃球 9 個處理即可

$$P_1 = \frac{C_3^1 \times C_9^1}{C_{12}^2} = \frac{27}{220}$$

$$P_2 = C_3^1 \left( \frac{3}{12} \right) \left( \frac{2}{11} \right) \left( \frac{9}{10} \right) = \frac{27}{220}$$

$$P_3 = C_3^1 \left( \frac{1}{4} \right)^2 \left( \frac{3}{4} \right) = \frac{9}{64}$$

故選(4)

#### 二、多選題

5. (3)(4)(5)

【解說】(1)  $\times$   $4^6$  種

$$(2) \times (1, 1, 1, 3) \Rightarrow \frac{C_1^1 C_1^1 C_1^1 C_3^1}{3!} \times 4! = 480 \text{ 種}$$

$$(1, 1, 2, 2) \Rightarrow \frac{C_1^1 C_1^1 C_2^1 C_2^1}{2! 2!} \times 4! = 1880 \text{ 種}$$

$$\therefore 480 + 1080 = 1560 \text{ 種}$$

$$\text{另解： } 4^6 - 4 \times 3^6 + 6 \times 2^6 - 4 \times 1^6 + 0^6 = 1560 \text{ 種}$$

(3)  $\circ H_1^4 = C_4^2 = C_3^2$  種

(4)  $\circ H_{n-1}^n = C_n^2 = C_3^2$  種

(5)  $\circ (1, 1, 1, 3), (1, 1, 2, 2)$  共 2 種

故選(3)(4)(5)

6. (1)(2)

【解說】(1)  $\circ$   $\therefore$  樣本標準差

$$= \sqrt{\frac{(x_1 - 7)^2 + (x_2 - 7)^2 + \dots + (x_{10} - 7)^2}{10 - 1}}$$

$$= \sqrt{\frac{f(7)}{10 - 1}}$$

$$= 3$$

$$\therefore f(7) = 81$$

(2)  $\circ \therefore (x_1 - 7)^2 + (x_2 - 7)^2 + \dots + (x_{10} - 7)^2$

$$= x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 - 10 \times 7^2$$

$$\therefore x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 = f(7) + 490$$

$$= 81 + 490 = 571$$

(3)  $\times f(x) = (x_1 - x)^2 + (x_2 - x)^2 + \dots + (x_{10} - x)^2$

$$= 10x^2 - 2(x_1 + x_2 + \dots + x_{10})x + (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2)$$

$$= 10x^2 - 140x + 571$$

$$= 10(x - 7)^2 + 81$$

$\therefore$  當  $x = 7$  時， $f(x)$  有最小值

(4)  $\times$  人數更多，標準差不一定更大

(5)  $\times$  由於不知道該校高三的成績是否呈現常態分布，故無法做此推論

故選(1)(2)

#### 三、選填題

A. 4

【解說】 $y = -x^2 + px + q = -(x - \frac{p}{2})^2 + q + \frac{p^2}{4}$

$$\therefore x = \frac{p}{2}, y \text{ 有極大值 } 4 = q + \frac{p^2}{4}$$

$$\therefore q = 4 - \frac{p^2}{4}$$

$$\text{令 } y = 0$$

$$\Rightarrow -x^2 + px + q = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - px - (4 - \frac{p^2}{4}) = 0$$

$$\Rightarrow (x + (2 - \frac{p}{2}))(x - (2 + \frac{p}{2})) = 0$$

$$\therefore x = -2 + \frac{p}{2} \text{ 或 } 2 + \frac{p}{2}$$

$$\text{即 } x \text{ 軸上兩交點的距離為 } 2 + \frac{p}{2} - (-2 + \frac{p}{2}) = 4$$

B. 1025

【解說】依題意得  $a_n = 2a_{n-1} - 1$

$$\Rightarrow \therefore (a_n + \alpha) = 2(a_{n-1} + \alpha)$$

$$\Rightarrow a_n = 2a_{n-1} + \alpha \text{ 與原關係式 } a_n = 2a_{n-1} - 1 \text{ 比較得 } \alpha = -1$$

$$\therefore \text{新關係式為 } (a_n - 1) = 2(a_{n-1} - 1), n \geq 2$$

$$(a_2 - 1) = 2(a_1 - 1)$$

$$(a_3 - 1) = 2(a_2 - 1)$$

$\vdots$

$$\times (a_n - 1) = 2(a_{n-1} - 1)$$

$$\therefore a_n - 1 = 2^{n-1} \times (a_1 - 1) = 2^{n-1} \times (2 - 1) = 2^{n-1}$$

$$\text{即 } a_n = 2^{n-1} + 1 = 1024 + 1 = 1025$$

C. 990

【解說】將原本的 8 頁視為 8 個相同的□，將三張廣告頁視為 A、B、C

因此原題即為求□□□□□□□□ABC 等 11 個物品的排列方法數

$$\therefore \frac{11!}{8!} = 990 \text{ 種}$$

D. 3

【解說】由  $x - 2y + 3z = 0$

$$\Rightarrow y = \frac{x+3z}{2}$$

由算幾不等式知： $y = \frac{x+3z}{2} \geq \sqrt{3xz}$

$$\Rightarrow y^2 \geq 3xz$$

$$\text{則 } \frac{y^2}{xz} \geq \frac{3xz}{xz} = 3$$

故  $\frac{y^2}{xz}$  最小值為 3

E. 1440

【解說】 $\therefore \hat{p}_1 = \frac{0.69+0.77}{2} = 0.73$

$$\Rightarrow k\sigma_1 = \frac{0.77-0.69}{2} = 0.04 = k \sqrt{\frac{0.73 \times 0.27}{810}} \dots\dots ①$$

$$\text{又 } \hat{p}_2 = \frac{0.7+0.76}{2} = 0.73$$

$\therefore$  在同樣的信心水準下

$$\Rightarrow k\sigma_2 = \frac{0.73-0.7}{2} = 0.03 = k \sqrt{\frac{0.73 \times 0.27}{n_2}} \dots\dots ②$$

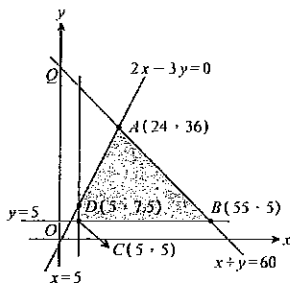
$$\text{由 } \frac{①}{②} \text{ 得 } \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{4}{3} = \sqrt{\frac{n_2}{810}}$$

$$\Rightarrow n_2 = \frac{16}{9} \times 810 = 1440$$

第貳部分：非選擇題

1.31.2 億元

【解說】



設投資甲專案  $x$  億元，投資乙專案  $y$  億元

$$\begin{cases} x+y \leq 60 \\ x \geq \frac{2}{3}y \\ x \geq 5 \\ y \geq 5 \end{cases}$$

目標函數  $P = 0.4x + 0.6y$

	$P = 0.4x + 0.6y$
A(24, 36)	31.2
B(55, 5)	25
C(5, 5)	5
D(5, 7.5)	6.5

$\therefore$  甲專案投資 24 億元，乙專案投資 36 億元，可獲最大利潤 31.2 億元。

$$2. (1) A = \begin{bmatrix} \frac{47}{75} & \frac{28}{45} \\ \frac{28}{75} & \frac{17}{45} \end{bmatrix} \quad (2) a_{30} = 100, b_{30} = 60$$

$$\begin{aligned} \text{【解說】(1): } \begin{bmatrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} a_{n-2} \\ b_{n-2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{n-1} \\ b_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{47}{75} & \frac{28}{45} \\ \frac{28}{75} & \frac{17}{45} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\therefore A = \begin{bmatrix} \frac{47}{75} & \frac{28}{45} \\ \frac{28}{75} & \frac{17}{45} \end{bmatrix}$$

$$(2): \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{5} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 \\ 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} 100 \\ 60 \end{bmatrix}$  為穩定狀態

$$\therefore \begin{bmatrix} a_{30} \\ b_{30} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 60 \end{bmatrix}, a_{30} = 100, b_{30} = 60$$

## 想要提前知道自已的成績嗎？

T6 模擬考試結束後第 9 天起  
即可上網查詢個人成績！



詮達文教網站 [www.all4you.com.tw](http://www.all4you.com.tw)  
→ 試務館「線上成績查詢」

**線上成績查詢**

參加詮達承辦的複習考、模考考，你可以選擇靜待學校公布成績單，也可以選擇到詮達網站查詢成績。

提醒你：

- 若你是詮達的正式學員，已擁有有詮達的正式編號（即六位數字的「學員編號」），不用另外再註冊，可以直接以學員編號登入後，查詢你的模考考試成績。
- 若你不是詮達的正式學員，我從未在詮達網站註冊免費帳號，為保護你的隱私，請你撥出幾分鐘時間註冊，得到帳號、密碼後，登入即可查詢成績。



點選「學生成績查詢」→ 選擇「考試項目、學校、班級、座號」→ 即可查詢自己的考試成績！

公告	高中考試日程	國中考試日程	線上成績查詢	學校
----	--------	--------	--------	----

**學生成績查詢**

考試項目：99 學年度高級中學模擬考試(T6)99T6

學校：請選擇 . . .

班級：請選擇 . . .

座號：請選擇 . . .

你還可以獲得比別人更多的考試資訊：

- ★ 各科答題分析
- ★ 各科類組總分統計
- ★ 類組總分級距人數統計表