

# 九十八學年度指定科目考試模擬試卷（A卷）

## 數學乙考科

### — 作答注意事項 —

考試時間：80分鐘。

考型題數：

- 第壹部分選擇題，共 10 題
- 第貳部分非選擇題，共 2 題

作答方式：

- 請用黑色筆在「答案卷」上作答。

命題老師：台中女中／李福海老師

祝考試順利

有著作權・侵害必究

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 72 分）

一、單選題（12 分）

說明：第 1 至 2 題為單選題，每題選出一個最適當的選項，劃記在答案卡之「解答欄」。  
每題答對得 6 分，答錯或劃記多於一個選項者倒扣 1.5 分，倒扣到本大題之實得分數為零為止。未作答者，不給分亦不扣分。

1. 某人射箭的命中率為  $\frac{3}{5}$ ，而每次射箭的結果是互相獨立的，今此人朝同一個目標連射 5 次，若：

$a$  為 5 次命中 2 次之機率；

$b$  為 5 次命中 3 次之機率；

$c$  為 5 次命中 4 次之機率。

則下列哪一個選項是正確的？

(1)  $a > b > c$

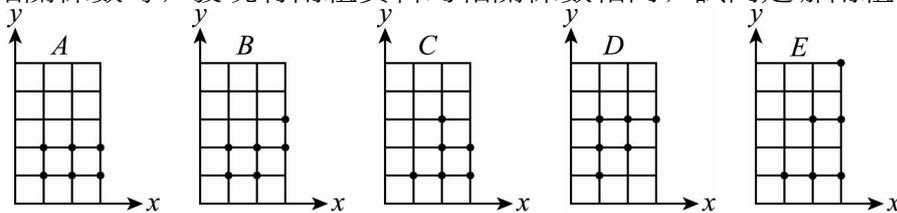
(2)  $b > c > a$

(3)  $a > c > b$

(4)  $c > a > b$

(5)  $c > b > a$  .

2. 有  $A, B, C, D, E$  五組資料的散布圖，如下圖所示。每組各有六個資料點，計算各組相關係數時，發現有兩組資料的相關係數相同，試問是哪兩組？



(1)  $A, B$

(2)  $B, C$

(3)  $C, D$

(4)  $D, E$

(5)  $B, D$  .

二、多選題（28 分）

說明：第 3 至 6 題，每題各有 5 個選項，其中至少有一個是正確的。選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題 7 分，各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 1.4 分，每答錯一個選項，倒扣 1.4 分，完全答對得 7 分；整題未作答者，不給分亦不扣分。在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣 1.4 分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

3. 若一函數  $f(x) = a^x + b$  之圖形中含有  $(1, 2)$  與  $(2, 7)$  兩點，則下列哪些選項中的點必在函數  $g(x) = \log_a(x - b)$  之圖形上？
- (1)  $(2, -7)$
  - (2)  $(2, 1)$
  - (3)  $(1, 7)$
  - (4)  $(7, 2)$
  - (5)  $(3, 12)$  .
4. 擲三顆公正的骰子一次，若恰有一顆骰子出現 6 點時，可得 120 元，有兩顆骰子出現 6 點時，可得 240 元，三顆骰子均出現 6 點時，可得 360 元，則下列選項哪些是正確的？
- (1) 恰有一顆骰子出現 6 點的機率為  $\frac{75}{216}$
  - (2) 有兩顆骰子出現 6 點的機率為  $\frac{25}{216}$
  - (3) 三顆骰子均不為 6 點的機率為  $\frac{125}{216}$
  - (4) 投擲一次得錢的期望值為 108 元
  - (5) 若投擲骰子之前須先繳交 72 元，則此遊戲對玩家不利。

5. 設  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  為實係數三次多項式，則下列選項哪些是正確的？
- (1)  $y = f(x)$  的圖形與  $x$  軸至少交於一點
  - (2) 若  $f(2 - \sqrt{3}) = -7 + 2\sqrt{3}$ ，則  $f(2 + \sqrt{3}) = -7 - 2\sqrt{3}$
  - (3) 若  $-\frac{2}{3}$  為方程式  $f(x) = 0$  的一根，則  $3|a$  且  $(-2)|d$
  - (4) 若方程式  $f(x) = 0$  有一實根為 0 與兩虛根，則  $a \times c > 0$
  - (5) 若  $-1$  與  $2$  之間有實數  $x$ ，使得  $f(x) = 0$ ，則  $f(-1)f(2) < 0$ 。
6. 教育部欲推行 12 年國教，在一次民意調查中，成功訪問了 900 位成年民眾，其中有 495 位的民眾贊成 12 年國教，在 95% 的信心水準下，抽樣誤差在正負 3 個百分點以內，則下列哪些選項是正確的？
- (1) 此次抽樣所得之 95% 信賴區間為  $[0.49, 0.61]$
  - (2) 此次調查報告所得信賴區間顯示有 95% 的機率包含真正贊成 12 年國教的民眾比例
  - (3) 如果重新再訪問另外 900 位成年民眾，贊成 12 年國教的民眾比例會落在信賴區間內
  - (4) 在同樣的條件下，降低信心水準，抽樣誤差會減少
  - (5) 若想抽樣誤差縮短為正負 2 個百分點以內，則重新抽樣訪問的民眾人數保守估計至少為 2500 人。

### 三、選填題（32 分）

說明：A 至 D 各題為選填題，請在答案卷上所標示的列號（7-15）內，每一題完全答對得 8 分，答錯不倒扣；未完全答對不給分。

- A. 某家電信業者舉辦「傳簡訊，送百萬」活動，「恭喜你接獲這則幸運簡訊，若你在一分鐘之內，將這則簡訊傳給 2 位本公司行動電話的用戶，你就有機會獲得一百萬元的獎金。」若傳送每通簡訊該公司可獲利 0.2 元，而用戶收到簡訊後傳出 2 通簡訊的最快時間大約 1 分鐘。則在該公司發出這一通簡訊給某一位用戶後，最快在 ⑦⑧ 分鐘之內，便可藉由此簡訊傳遞的獲利，來支付這一百萬元的獎金。（四捨五入計算至整數， $\log 2 = 0.3010$ ）

- B. 若某實驗室以血液偵測老年癡呆症技術的正確率為 90 %（即患老年癡呆症者 90 % 被偵測出有老年癡呆症，未患老年癡呆症者 90 % 被偵測出確實沒有）。今有一群人接受此血液偵測。實驗後，血液偵測判斷為未患老年癡呆症者，經證實其中有  $\frac{1}{22}$  是患老年癡呆症的。試問這群人當中真正患老年癡呆症者所占比率為  $\frac{\textcircled{9}}{\textcircled{10}\textcircled{11}}$ 。（化成最簡分數）

- C. 某咖啡公司有甲、乙兩家烘焙工廠，兩家工廠每日均可烘焙  $A$ ,  $B$ ,  $C$  三種不同等級的咖啡豆，如右表所列（單位：公斤／日），今該公司與零售商簽約，每週至少供應  $A$  等級咖啡豆 480 公斤， $B$  等級咖啡豆 320 公斤， $C$  等級咖啡豆 960 公斤，但甲工廠每開工一日必須支出 4 萬元，乙工廠每開工一日必須支出 3 萬元，則甲工廠每週開工 ⑫ 日，乙工廠每週開工 ⑬ 日，才能使公司開支最少。

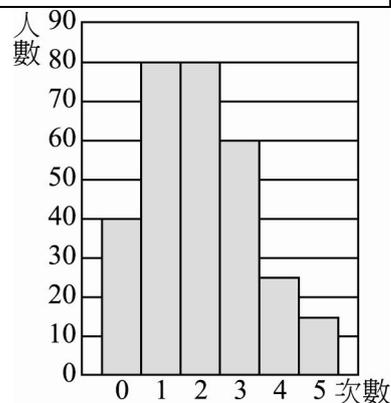
等級 廠別	$A$	$B$	$C$
甲	120	40	80
乙	40	40	240

- D. 趙氏與錢氏兩對夫婦來拜訪小華家，已知七人圍坐一個圓桌吃飯，其中小華坐在父母之間，其餘夫妻相鄰而坐，則共有 ⑭⑮ 種坐法。

第貳部分：非選擇題（占 28 分）

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號（一、二），與子題號（(1)、(2)、...），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。每題配分標於題末。

一、某高中一年級學生 300 人（視為母群體）以罰球線投籃的命中次數做為體育期末考成績，若每個同學投籃 5 次，命中次數與人數統計圖如右。假設「命中  $k$  次的人數與總人數之比值」恰與二項分配『重複試驗 5 次（ $n=5$ ），每次成功之機率為  $\frac{2}{5}$ （ $p=\frac{2}{5}$ ）』中成功  $k$  次的機率  $P(X=k)$  相同，則：



(1) 投籃命中次數的期望值為多少？（3 分）  
標準差為多少？（3 分）

(2) 投籃命中次數在『平均數正負兩個標準差之間』所占的人數百分比為多少？（4 分）

(3) 今在學生中隨機選取 25 位學生，每個學生投一球，結果有 16 人投中，試計算 95% 的信心水準下，該高中一年級學生投籃命中率的信賴區間。（4 分）

二、一袋中有 5 個球，分別寫上 1, 2, 3, 4, 5 號，今由其中任取一球記下其號碼後放回袋中，如此繼續  $n$  次，若  $a_n$  表記錄到  $n$  次時數字和為偶數的機率， $b_n$  表記錄到  $n$  次時

數字和為奇數的機率。已知二階方陣  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$  滿足  $\begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix} = A^{n-1} \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix}$ 。

(1) 求二階方陣  $A$ 。(3 分)

(2) 求  $a_3$ 。(3 分)

(3) 若  $P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ，求  $P^{-1}AP$ 。(4 分)

(4) 求  $A^{10}$ 。(4 分)