

高雄區高級中學九十九學年度第二學期  
大學入學指定科目考試第一次聯合模擬考

數學乙

試題編號：CU-3996  
考試日期：100.04.07

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

題型題數：單選題 2 題，多選題 3 題，選填題第 A 至 E 題共 5 題，非選擇題共二大題

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內劃記。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液（帶）。

第貳部分作答於「非選擇題答案卷」，並標明題號。請在規定之欄位以筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。更正時，可以使用修正液（帶）。

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

- (一) 單選題只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ± 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子；多選題只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ± 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第一列  $\overset{3}{\square}$  劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄													
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±		
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若多選題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的  $\overset{1}{\square}$  與  $\overset{3}{\square}$  劃記，如：

10	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

- (二) 選填題的題號是 A, B, C, …，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而答案是  $\frac{3}{8}$  時，則考生必須分別在答案卡的

第 18 列的  $\overset{3}{\square}$  與第 19 列的  $\overset{8}{\square}$  劃記，如：

18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 C 題的答案格式是  $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是  $\frac{-7}{50}$  時，則考生必須分別在答案卡的

第 20 列的  $\overset{-}{\square}$  與第 21 列的  $\overset{7}{\square}$  劃記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

祝考試順利



## 第壹部分：選擇題（佔 76 分）

## 一、單選題（12 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「選擇題答案區」。每題答對得 6 分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設  $f(x) = (x^2 + x + 1)(x + 3)^8(2x + 3)$ ， $g(x) = (5x + 2)^3(x^2 + x + 1)^5(3x + 1)$ ，則  $f(1)$  與  $g(1)$  的最大公因數為下列哪一選項？

- (1) 1                      (2) 3                      (3) 6                      (4) 9                      (5) 12

2. 設  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  為三階方陣，若  $\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 7 & 1 \\ 3 & 6 & -20 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ ，則下列何者正確？

- (1)  $a_{11} = 371$             (2)  $a_{22} < a_{21}$             (3)  $a_{22} = a_{23}$             (4)  $a_{32} = a_{33}$             (5)  $a_{12} > a_{13}$

## 二、多選題（24 分）

說明：第 3 至 5 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，選出正確選項畫記在答案卡之「選擇題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分。所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以零分計算。

3. 針對某項政策，我們在  $K$  城市做民調，抽樣 400 人，得出在 95% 的信心水準之下，其支持度的信賴區間為  $[0.592, 0.688]$ ，則下列哪些正確？

- (1) 此次調查有 256 人支持  
 (2) 由此次調查知道  $K$  城市有 64% 支持此政策  
 (3) 我們在  $K$  城市另外再做一次民調，同樣抽樣 400 人，其支持度有 95% 會落在  $[0.592, 0.688]$  之間  
 (4) 若我們在  $K$  城市重新抽樣 800 人，在相同的信心水準之下，其支持度的信賴區間之寬度會縮短  
 (5) 若我們在  $K$  城市重新抽樣 800 人，在相同的信心水準之下，其支持度的信賴區間之寬度會縮短為原來的一半

4. 某飲料公司在其所生產的  $A$  飲料上標示  $600 \pm 12$  ml（意指母體平均數為 600 ml，標準差為 12 ml），且宣稱其產品容量呈常態分配（以 68%—95%—99.7% 估算），則下列敘述哪些正確？
- (1) 在相信公司標示容量的前提下，隨機抽取一件產品計算容量，產品容量必在 588 ml ~ 612 ml 之間
  - (2) 在相信公司標示容量的前提下，隨機抽取一件產品計算容量，產品容量在 576 ml ~ 624 ml 間的機率為 0.95
  - (3) 若公司改變製程，使平均數不變，標準差變大（仍呈常態分配），則容量超過 576 ml 的比例一定會增加
  - (4) 若公司改變製程，使平均數減少，標準差不變（仍呈常態分配），則容量超過 576 ml 的比例一定會減少
  - (5) 若公司改變製程，成功地將標準差壓低至 7 ml，且容量呈現平均值不變（仍為 600 ml）之常態分配，則容量超過 576 ml 的  $A$  飲料比例將大於 99.8%
5. 已知  $\log 2.24 = 0.3502$ ， $\log 2.25 = 0.3522$ ，若  $\log a = 0.3510$ ，利用內插法求  $a$  的近似值為  $P$ ，則下列哪些正確？
- (1)  $P = 2.25 - 0.006$
  - (2)  $P = 0.4 \times 2.25 + 0.6 \times 2.24$
  - (3)  $P = 0.6 \times 2.25 + 0.4 \times 2.24$
  - (4)  $P < a$
  - (5)  $P > a$

### 三、選填題（40 分）

說明：A 至 E 題為選填題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（⑥~⑳）內。每一題完全答對得 8 分，答錯不倒扣；未完全答對不給分。

- A. 某次月考，導師計算班上的數學成績 ( $X$ ) 對英文成績 ( $Y$ ) 之迴歸直線，得  $L: y=4x+2$ ，後來得知數學老師將每個學生之成績加倍 ( $X'=2X$ ) (加分後，成績仍未有人超過 100 分)，導師於是重新計算迴歸直線，則新的迴歸直線為  $y=⑥x+⑦$
- B. 一袋中有 5 個紅球 (分別刻有數字 1, 2, 3, 4, 5)，與 3 個藍球 (分別有數字 1, 2, 3)，自袋中一次取一球，取後不放回，共取兩次。已知第一次取出藍球 (不知數字)，則第二次取出紅球且紅球的數字小於藍球的數字的機率為  $\frac{⑧}{⑨}$ 。(化為最簡分數)
- C. 設多項式  $f(x)$  除以  $(x^2+1)$  之餘式為  $3x+1$ ， $f(x)$  除以  $(x^2+x+1)$  的餘式為  $x+2$ ，則  $f(x)$  除以  $(x^2+1)(x^2+x+1)$  的餘式為  $(ax+b)(x^2+x+1)+x+2$ ，求數對  $(a,b)=$   $(⑩, ⑪)$
- D. 一質點  $P$  落在  $xy$  平面上之原點，現以丟一公正骰子決定  $P$  之去向，若丟出紅色點數 (么點或 4 點)，則向右移一單位，若是其它點數，則向上移動一單位。求  $P$  點落在  $(3,5)$  的機率為  $\frac{⑫⑬⑭⑮}{⑯⑰⑱⑲}$
- E. 某期雜誌出版前，主編想在已編好的 7 篇文章中，插入 3 篇不同地區的旅遊廣告，插入的位置不限 (可在最前、中間、最後，亦可連續置入)，則共有 ⑳㉑㉒ 種不同的編排方式。

第貳部分：非選擇題 (24 分)

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號 (一、二) 與子題號 ((1)、(2))，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。每題配分標於題末。

一、某電訊工廠生產平板電腦、智慧型手機兩種產品，各產品的售價與成本（含材料費、人工費用及經常費用之分攤等）如附表。且這兩種產品生產時需要具有組裝專長的人工及檢測專長的人工才能完成，而所需的時數如附表。

	售價	成本	組裝人工	檢測人工
平板電腦	540 元	480 元	2 小時	1 小時
智慧型手機	420 元	380 元	1 小時	1 小時

如果某個星期中具有組裝專長的人工只有 100 小時可用，而檢測專長的人工只有 80 小時可用。而且平板電腦每星期最多只能賣出 35 個，智慧型手機均能賣得出去。設平板電腦生產  $x$  個，智慧型手機生產  $y$  個，可獲利潤為  $P$  元

(1) 試  $x, y$  以表示  $P$ 。(4 分)

(2) 問  $x, y$  的值為何時，可獲得最大的利潤，又最大利潤為多少元？(8 分)

二、設  $A$  箱中現有一金幣二銀幣， $B, C$  兩箱各有一枚銀幣，若從  $A$  箱中各拿一枚錢幣放至  $B, C$  後，再從  $B, C$  兩箱中各拿一枚錢幣放回  $A$  箱，如此謂之一次試驗，則

(1) 經過一次試驗，金幣落在  $A, B, C$  三箱之機率各為  $a, b, c$ ，求數對  $(a, b, c) = ?$

(6 分)

(2) 經過三次試驗，金幣落在  $A$  箱之機率為何？(6 分)

# 高雄區高級中學九十九學年度第二學期 大學入學指定科目考試第一次聯合模擬考 數學乙詳解

## 第壹部分：選擇題

### 一、單選題

1. 參考答案：(5)

試題解析： $f(1)=3 \times 4^8 \times 5$   $g(1)=7^3 \times 3^5 \times 4$

故  $(f(1), g(1))=3 \times 4=12$

故選(5)

2. 參考答案：(4)

試題解析：利用列運算  $\left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -2 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & 1 & -2 & 1 & 2 \\ 3 & 6 & -20 & 1 & -1 & 5 \end{array} \right] \rightarrow \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -2 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 5 & -6 & -5 & -6 \\ 0 & -3 & -14 & -5 & -10 & -7 \end{array} \right]$

$\rightarrow \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -17 & 20 & 18 & 22 \\ 0 & 1 & 5 & -6 & -5 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & -23 & -25 & -25 \end{array} \right] \rightarrow \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -371 & -407 & -403 \\ 0 & 1 & 0 & 109 & 120 & 119 \\ 0 & 0 & 1 & -23 & -25 & -25 \end{array} \right]$

$A = \begin{bmatrix} -371 & -407 & -403 \\ 109 & 120 & 119 \\ -23 & -25 & -25 \end{bmatrix}$

### 二、多選題

3. 參考答案：(1)(4)

試題解析：(1) 支持度  $\hat{p} = \frac{0.592 + 0.688}{2} = 0.64$   $400 \times 0.64 = 256$

(2) 由抽樣得來的支持度不一定等於全體的支持度

(3) 不一定，除非母體的支持度  $p=0.64$ ，但此無法確定

(4) 是的。

(5) 不會，抽樣 800 人所得的支持度不一定會等於 0.64，若抽樣 1600 人且支持度  $p=0.64$  才會

4. 參考答案：(2)(4)(5)

試題解析：(1) 不一定

(2) 由常態分配，容量在  $600 - 2 \times 12$  與  $600 + 2 \times 12$  之間約佔 0.95

(3) 由常態分配，標準差變大後，以平均值為中心之 95% 的涵蓋範圍變寬，其下緣低於 576 ml，故超過 576 ml 的比例會變少。

(4) 平均值減少，常態分配之中心往左移，576 ml 更接近平均值，故超過 576 ml 的比例會變少。

(5) 標準差為 7 ml 時，容量在  $[600 - 3 \times 7, 600 + 3 \times 7] = [579, 621]$  的比例約為 99.7%，超過 579 ml 的比例已達 99.85%

5. 參考答案：(1)(2)(5)

試題解析：由內插法  $\frac{P-2.24}{2.25-2.24} = \frac{0.3510-0.3502}{0.3522-0.3502}$

$$P=2.24+0.4 \times (2.25-2.24)$$

$$P=2.24 \times 0.6+2.25 \times 0.4=2.25-0.006$$

又由  $y=\log x$  函數之圖形（凹向下）可知  $P>a$

### 三、選填題

A. 參考答案： $y'=2x'+2$  (⑥ 2 ⑦ 2)

試題解析：設初始迴歸直線  $y=a+bx$

$$\text{其中 } b=r_{x,y} \times \frac{S_y}{S_x}=4 \quad a=\bar{y}-b\bar{x}=2$$

$$\text{因 } X'=2X, \bar{X}'=2\bar{X}, S_{X'}=2S_X, r_{X',y}=r_{X,y}$$

$$\text{設新迴歸直線 } y=a'+b'x \quad \text{則 } b'=r_{X',y} \times \frac{S_y'}{S_{X'}} = \frac{1}{2}b=2$$

$$a'=\bar{Y}-b'\bar{X}'=\bar{Y}-\frac{1}{2}b \times 2\bar{X}=a=2 \quad \text{故新迴歸直線 } y'=2x'+2$$

B. 參考答案： $\frac{1}{7}$  (⑧ 1 ⑨ 7)

試題解析：設  $A$  為第一次取出藍球的事件， $B$  第二次取出紅球且數字小於藍球之事件

$$P(B|A) = \frac{\frac{1}{8} \times \frac{2}{7} + \frac{1}{8} \times \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \times 0}{\frac{3}{8}} = \frac{1}{7}$$

C. 參考答案： $(1,2)$  (⑩ 1 ⑪ 2)

試題解析：設  $f(x)=(x^2+1) \cdot q_1(x)+3x+1$

$$=(x^2+1)(x^2+x+1) \cdot q(x)+(ax+b)(x^2+x+1)+x+2$$

$$f(i)=3i+1=(ai+b)(i)+i+2=(b+1)i+(2-a)$$

$$\text{故 } b=2, a=1$$

D. 參考答案： $\frac{1792}{6561}$  (⑫ 1 ⑬ 7 ⑭ 9 ⑮ 2 ⑯ 6 ⑰ 5 ⑱ 6 ⑲ 1)

試題解析：須擲出三次向右，五次向上，由二項分配知機率為  $\frac{8!}{5!3!} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{1792}{6561}$

E. 參考答案：720 (⑳ 7 ㉑ 2 ㉒ 0)

試題解析： $\frac{10!}{7!}=720$

### 第貳部分：非選擇題

一、參考答案： $(1) P=60x+40y$   $(2) x=20, y=30$  時，獲利 3600 元最大

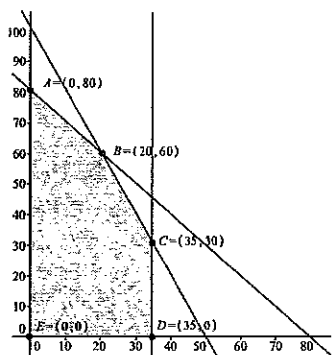
試題解析：依題意知  $x, y$  滿足

$$2x+y \leq 100, x+y \leq 80, x \leq 35, x \geq 0, y \geq 0, \text{ 且 } x, y \text{ 為整數}$$

$$\text{且 } P=60x+40y$$

作圖如下





依頂點法知  $x=20$ ,  $y=60$  時,  $60x+40y=3600$  為最大  
故  $x=20$ ,  $y=30$  時, 獲利 3600 元最大

二、參考答案：(1)  $(\frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6})$  (2)  $\frac{65}{108}$

試題解析：令金幣落在 A 箱為第一狀態，金幣落在 B 箱為第二狀態，金幣落在 C 箱為第三狀態

由第一狀態經一次試驗轉成第一、二、三狀態的機率各為  $\frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}$

由第二狀態經一次試驗轉成第一、二、三狀態的機率各為  $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0$

由第三狀態經一次試驗轉成第一、二、三狀態的機率各為  $\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}$

$$\text{故機率矩陣 } A = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$(1) \text{ 故經一次試驗後，金幣在各箱之機率為 } P_1 = A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

$$(2) \text{ 經二次試驗後，金幣在各箱之機率為 } P_2 = A P_1 = \begin{bmatrix} \frac{11}{18} \\ \frac{7}{36} \\ \frac{7}{36} \end{bmatrix}$$

$$\text{經三次試驗後，金幣在各箱之機率為 } P_3 = A P_2 = \begin{bmatrix} \frac{65}{108} \\ \frac{43}{216} \\ \frac{43}{216} \end{bmatrix}$$

