高雄區高級中學 100 學年度第一學期
大學入學第一次學科能力測驗聯合模擬考

數 學 考 科

試題編號：CU-3003
考試日期：100.10.25

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 6 題，多選題 7 題，選填題第 A 至 G 題共 7 題

作答方式：●用 2B 鉛筆在「答案卡」上畫記，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液（帶）。

●答錯不倒扣。

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

（一）填答選擇題時，只用 1，2，3，4，5 等五個格子，而不需要用到 −，±，以及 6，7，8，9，0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第一列 3 劃記（注意不是 7），如：

解答欄												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	−	±
1	□	□	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□

例：若多選題第 10 題的正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 1 與 3 劃記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	−	±
10	■	□	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□

（二）選填題的題號是 A，B，C，…，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。

例：若第 B 題的答案格式是 $\dfrac{⑱}{⑲}$，而答案是 $\dfrac{3}{8}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 18 列的 3 與第 19 列的 8 畫記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	−	±
18	□	□	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□
19	□	□	□	□	□	□	□	■	□	□	□	□

例：若第 C 題的答案格式是 $\dfrac{⑳㉑}{50}$，而答案是 $\dfrac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 − 與第 21 列的 7 畫記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	−	±
20	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	■	□
21	□	□	□	□	□	□	■	□	□	□	□	□

祝考試順利

第壹部分：選擇題（佔65分）

一、單選題（佔30分）

說明：第1題至第6題，每題5個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對得5分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 已知某放射性元素的半衰期爲1600年，即每經過1600年其質量會剩下原來的一半，試求此元素衰變成原來質量的$\frac{3}{5}$倍時，約需多少年？

（$\log 2 \approx 0.3010$，$\log 3 \approx 0.4771$）

(1) 960年

(2) 1020年

(3) 1080年

(4) 1160年

(5) 1180年

2. 如右圖，同心圓C_1，C_2，C_3，…，其半徑分別爲r_1，r_2，r_3，…，面積爲A_1，A_2，A_3，…。已知$r_1=6$，$r_{k+1}=\frac{1}{2}r_k$，$k\geq 1$，試求這些同心圓的面積總和$A_1+A_2+A_3+\cdots\cdots$之值

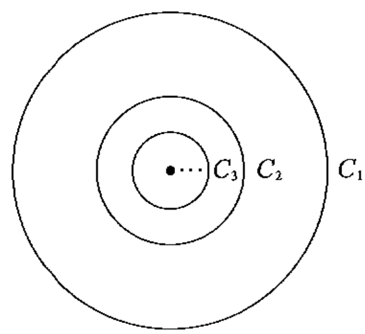
(1) 72

(2) 48

(3) 56π

(4) 48π

(5) 36π



3. 設$f(x)$爲四次實係數多項式，且$f(x)$除以$(x-1)^3$得餘式爲-5，$f(x)$除以x得餘式爲-2，$f(x)$除以$x+2$得餘式爲184，則$f(x)$除以$x-3$之餘式爲

(1) -5

(2) -39

(3) 19

(4) 29

(5) 139

4. 圓心爲原點，半徑是 5 的圓，其內接正八邊形的頂點依序爲A_1，A_2，A_3，A_4，A_5，A_6，A_7，A_8，另一點$P(4,3)$，則$\left|\sum_{k=1}^{8}\overrightarrow{PA_k}\right|$之值爲

(1) 0　(2) 10

(3) 20　(4) 40

(5) 80

5. 設$a=\cos(\frac{6}{5}\pi)$，$b=\cos(\pi^2)$，$c=\sin(\pi^2)$，則a，b，c三數的大小關係爲

(1) $a<b<c$　(2) $b<a<c$

(3) $a<c<b$　(4) $b<c<a$

(5) $c<a<b$

6. 在水平桌面有大小兩球，大球的半徑爲 25 公分，小球的半徑爲 1 公分，兩球與桌面的接觸點相距 100 公分，若大球固定不動，小球向大球方向筆直滾動向前，則於第幾圈時，小球會碰撞到大球？

(1) 12 圈　(2) 13 圈

(3) 14 圈　(4) 15 圈

(5) 16 圈

二、多選題（35 分）

說明：第 7 至 13 題，每題各有 5 個選項，其中至少有一個是正確的。選出正確選項，畫記在答案卡之「解答欄」。每題 5 分，各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題的分數。答錯一個選項者，得 3 分，答錯兩個選項者，得 1 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以零分計算。

7. 已知平面上三點$A(-7,-3)$、$B(1,-2)$、$C(0,1)$與另一點$M(x,y)$形成一菱形，令$m_{\overline{AB}}$、$m_{\overline{AC}}$、$m_{\overline{AM}}$、$m_{\overline{BC}}$、$m_{\overline{BM}}$、$m_{\overline{CM}}$分別表示直線AB、直線AC、直線AM、直線BC、直線BM、直線CM的斜率，則下列選項何者正確？

(1) $m_{\overline{AB}} // m_{\overline{CM}}$

(2) $m_{\overline{AM}} // m_{\overline{BC}}$

(3) $m_{\overline{AB}} \times m_{\overline{AC}} = -1$

(4) $m_{\overline{AM}} \times m_{\overline{BC}} = -1$

(5) $m_{\overline{AC}} > m_{\overline{CM}}$

8. 實係數三次多項式 $f(x)=x^3+1$，則在下列哪一個區間，存在實數 p，滿足 $f(p)=6p^2$

(1) $(-3,-1)$　(2) $(-1,1)$
(3) $(1,3)$　(4) $(3,5)$
(5) $(5,7)$

9. 設 a，b，c 爲實數，且二次函數 $f(x)=ax^2+bx+c$ 滿足 $f(-5)=2$，$f(3)=2$，$f(-4)<0$，試問下列何者爲眞？

(1) $a<0$
(2) $b>0$
(3) $c<0$
(4) $f(-2)<f(0)$
(5) $f(4)<f(-5)$

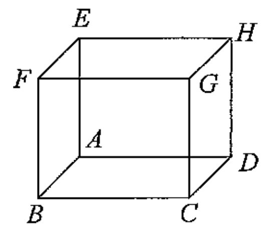
10. 已知直線 L_1：$\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+3}{4}=\dfrac{z-2}{-1}$ 落在平面 E：$ax+by+cz-3=0$ 上，直線 L_2：$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$ 與平面 E：$ax+by+cz-3=0$ 平行，則下列選項有哪些是正確的？

(1)直線 L_1 與直線 L_2 相交於一點
(2) a，b，c 三數滿足 $3a+4b-c=0$
(3) a，b，c 三數滿足 $\dfrac{a}{2}=\dfrac{b}{1}=\dfrac{c}{1}$
(4)直線 L_2 與平面 E 的最近距離爲 $2\sqrt{3}$
(5)直線 L_1 與直線 L_2 的最近距離爲 $\sqrt{3}$

11. 考慮數列 $\frac{1}{1}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{9}$，$\frac{1}{9}$，$\frac{1}{9}$，$\frac{1}{9}$，$\frac{1}{9}$，$\frac{1}{9}$，$\frac{1}{9}$，$\frac{1}{9}$，$\frac{1}{9}$，……，其中值爲 $\dfrac{1}{3^{k-1}}$ 的項共有 3^{k-1} 個，$k=1$，2，3，……，若此數列前 n 項之和爲 40，則下列選項有哪些是正確的？（$\log 2\approx 0.3010$，$\log 3\approx 0.4771$）

(1)此數列的前 40 項之和爲 4
(2)此數列的第 500 項爲 $\dfrac{1}{729}$
(3) $2n$ 的首位數字爲 1
(4) n 爲 19 位數
(5) n 的個位數字爲 6

12. 如圖所示，長方體 $ABCD-EFGH$，其中 $\overline{AB}=3$，$\overline{AD}=6$，$\overline{AE}=6$，



若 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AE}$，$\overrightarrow{AQ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$，

$\overrightarrow{AR}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AE}$，試問下列哪些選項是正確的？

(1) $\cos\angle QPR=-\frac{1}{5}$

(2) $\triangle QPR$ 的面積為 $5\sqrt{2}$ 平方單位

(3) $\overline{PQ}$ 在 PR 直線上的投影長為 $\frac{1}{5}$

(4) R 至 AE 直線的距離為 $3\sqrt{5}$

(5) A 至平面 QPR 的距離大於 2

13. 考慮函數 $f(x)=2\sin 3x-1$，試問下列選項何者正確？

(1) $f(x)$ 在 $x=\frac{5}{6}\pi$ 時有最大值

(2) $f(x)$ 的週期為 $\frac{\pi}{3}$

(3) $y=f(x)$ 的圖形對稱於直線 $x=\frac{\pi}{3}$

(4) $f(5)>0$

(5) 方程式 $2\sin 3x-1=x-1$ 有 3 個實數解

第貳部分、選填題（35 分）

說明：1.第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（14～32）。 2.每題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

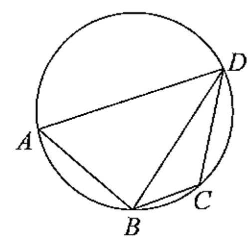
A. 有大、小二種規格的糖果盒，其內可裝糖果數固定，只知大糖果盒可裝糖果數量比小糖果盒多 34 顆。現有糖果 255 顆，若以大的糖果盒來裝，恰好裝滿 m 盒，改以小的糖果盒來裝，恰好可裝滿 n 盒，且 m，n 互質，試問大的糖果盒可裝糖果＿⑭⑮＿顆。

B. 依下圖之規則，第一列填入數字 10，第二列填入數字 11，第三列填入數字 12，……，後列比前列多一個空格，填入之數字比上一列所填入的數字多 1，試問當依序填完數字 20 時，所填入數字總和爲 ⑯⑰⑱⑲ 。

					10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
				11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
			12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
		13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15

C. 已知對數不等式 $1+\log_4(x-1)>\log_2(x-9)$ 的解爲 $a<x<b$，則 $a+b=$ ⑳㉑ 。

D. 如右圖所示，$ABCD$ 爲圓內接四邊形：已知 $\angle DBC=\theta$，$\angle ABD=2\theta$，$\overline{CD}=6$ 且 $\cos\theta=\frac{3}{5}$，則線段 $\overline{AD}=$ $\frac{㉒㉓}{㉔}$ 。



E. 已知圓 C 通過點 $A(2,0)$ 且與直線 $L：7x-y-22=0$ 相切於點 $P(-4,-6)$，過 P 作 L 的垂線交圓 C 於另一點 B，則 $\overline{AB}=$ ㉕$\sqrt{㉖}$ 。

F. 某鄉村內有一空曠平坦的大牧場，牧場內有一高塔高 70 公尺。甲、乙二人在牧場上，已知甲在塔的南偏東 15° 處測得塔頂仰角爲 45°，乙在塔的西南方測得塔頂仰角爲 θ 且 $\tan\theta=\frac{7}{15}$，則甲、乙二人相距 ㉗㉘㉙ 公尺。

G. 光線 L 經 $P(-2,4)$ 射向 x 軸，遇 x 軸後反射，反射光線與圓 $x^2+y^2-6x-2y+9=0$ 相切，已知光線 L 在射到 x 軸前與圓沒有相交，則入射光所在直線 L 的斜率爲 $\frac{㉚㉛}{㉜}$ 。

高雄區高級中學100學年度第一學期
大學入學第一次學科能力測驗聯合模擬考
數學考科詳解

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. 參考答案：(5)

試題解析：設原有質量M公克，n年後變爲$(\frac{1}{2})^{\frac{n}{1600}}M$公克

則$(\frac{1}{2})^{\frac{n}{1600}}M=\frac{3}{5}M \Rightarrow (\frac{1}{2})^{\frac{n}{1600}}=\frac{3}{5}$

兩邊同時取對數得$\log(\frac{1}{2})^{\frac{n}{1600}}=\log\frac{3}{5}$

即$-\frac{n}{1600}\log 2=\log 3-\log 5$

$\Rightarrow -\frac{n}{1600}\times 0.3010=0.4771-0.6990$

$\therefore n=\frac{0.4771-0.6990}{0.3010}\times(-1600)\approx 1180$，選(5)

2. 參考答案：(4)

試題解析：$A_1=\pi r_1^2=36\pi$，$A_2=\pi r_2^2=\pi(\frac{1}{2}r_1)^2=\frac{1}{4}\pi r_1^2=\frac{1}{4}A_1$

$A_{k+1}=\pi(r_{k+1})^2=\pi(\frac{1}{2}r_k)^2=\frac{1}{4}\pi r_k^2=\frac{1}{4}A_k$，$k\geq 1$

$\therefore$ 數列A_1，A_2，A_3，……爲首項36π，公比$\frac{1}{4}$的等比數列

故$A_1+A_2+A_3+\cdots\cdots=\frac{36\pi}{1-\frac{1}{4}}=48\pi$，選(4)

3. 參考答案：(3)

試題解析：設$f(x)=(x-1)^3(ax+b)-5$

又$f(x)$除以x，$x+2$其餘式分別爲-2，184

則$f(0)=-2$，$f(-2)=184$

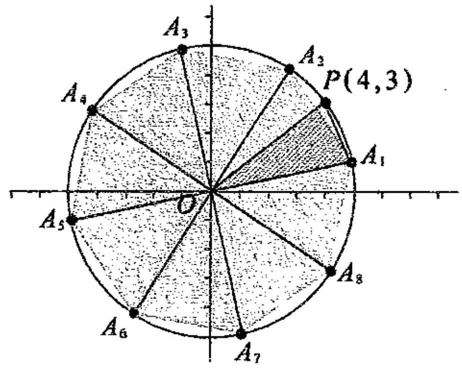
即$\begin{cases}(0-1)^3(0a+b)-5=-2\\(-2-1)^3(-2a+b)-5=184\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=-3\\-2a+b=-7\end{cases}$

$\therefore a=2$，$b=-3 \Rightarrow f(x)=(x-1)^3(2x-3)-5$

故$f(x)$除以$x-3$的餘式$f(3)=(3-1)^3(2\times 3-3)-5=19$，選(3)

4. 參考答案：(4)

試題解析：$\overline{OP}=\sqrt{4^2+3^2}=5$，$P(4,3)$在圓上



如右圖，$\triangle POA_1$，$\overrightarrow{PA_1}=\overrightarrow{OA_1}-\overrightarrow{OP}$

同理得$\overrightarrow{PA_k}=\overrightarrow{OA_k}-\overrightarrow{OP}$，$k=2$，$3$，$\cdots$，$8$

故$\left|\sum_{k=1}^{8}\overrightarrow{PA_k}\right|=\left|\sum_{k=1}^{8}(\overrightarrow{OA_k}-\overrightarrow{OP})\right|$

$=\left|\sum_{k=1}^{8}\overrightarrow{OA_k}-8\overrightarrow{OP}\right|$

$=\left|(\overrightarrow{OA_1}+\overrightarrow{OA_5})+(\overrightarrow{OA_2}+\overrightarrow{OA_6})+(\overrightarrow{OA_3}+\overrightarrow{OA_7})+(\overrightarrow{OA_4}+\overrightarrow{OA_8})-8\overrightarrow{OP}\right|$

$=\left|-8\overrightarrow{OP}\right|=|(-32,-24)|=\sqrt{(-32)^2+(-24)^2}=40$

選(4)

5. 參考答案：(2)

試題解析：$a=\cos(\frac{6}{5}\pi)=\cos(\pi+0.2\pi)=-\cos(0.2\pi)$

$b=\cos(\pi^2)\approx\cos(3.14\pi)=\cos(1.14\pi)=-\cos(0.14\pi)$

$c=\sin(\pi^2)\approx\sin(3.14\pi)=\sin(\frac{7}{2}\pi-0.36\pi)=-\cos(0.36\pi)$

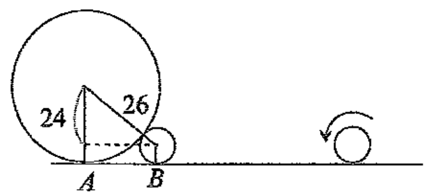
$\because\ \cos(0.14\pi)>\cos(0.2\pi)>\cos(0.36\pi)$

$\therefore\ -\cos(0.14\pi)<-\cos(0.2\pi)<-\cos(0.36\pi)$

故$b<a<c$，選(2)

6. 參考答案：(4)

試題解析：如右圖；



$\overline{AB}=\sqrt{26^2-24^2}=10$

小球滾動一圈$2\pi r=2\pi\approx 6.28$

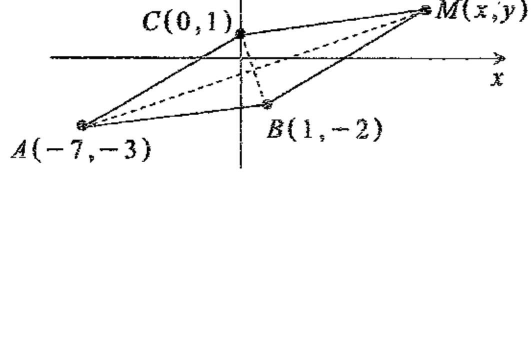
$\therefore\ (100-10)\div 6.28\approx 14.33$

故在小球滾動第 15 圈時，兩球碰撞，選(4)

二、多選題

7. 參考答案：(1)(4)(5)

試題解析：由$\overline{AB}=\overline{AC}$，繪圖如右



得菱形$ABMC$

$\therefore\ m_{\overline{AB}}\ //\ m_{\overline{CM}}$，$m_{\overline{AC}}\ //\ m_{\overline{BM}}$

$m_{\overline{AM}}\perp m_{\overline{BC}}\ \Rightarrow\ m_{\overline{AM}}\times m_{\overline{BC}}=-1$

$m_{\overline{AC}}>m_{\overline{CM}}$，故選(1)(4)(5)

8. 參考答案：(2)(5)

試題解析：令$g(x)=f(x)-6x^2=x^3-6x^2+1$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$g(x)$	-80	-31	-6	1	-4	-15	-26	-31	-24	1

$\because$ $g(-1)\times g(0)<0$，$g(0)\times g(1)<0$，$g(5)\times g(6)<0$

$\therefore$ 由勘根定理知$g(x)=0$在-1與0，0與1，5與6之間有實根。

又$g(x)=x^3-6x^2+1=0$爲三次方程式，有三個複數根

$\therefore$ $g(x)=0$三根皆爲實數根。

故在區間$(-1,0)$，$(0,1)$，$(5,6)$各存在實數p滿足$g(p)=f(p)-6p^2=0$，

即在區間$(-1,0)$，$(0,1)$，$(5,6)$各存在實數p滿足$f(p)=6p^2$

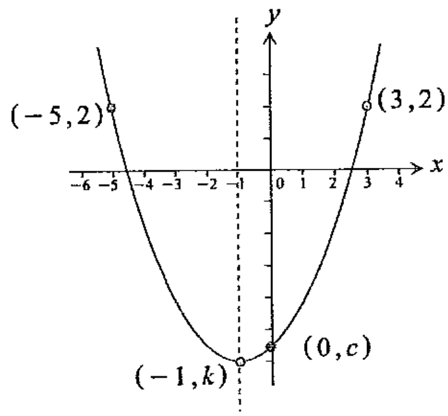
故選(2)(5)

9. 參考答案：(2)(3)

試題解析：由$f(-5)=2$，$f(3)=2$，$f(-4)<0$

知二次函數$f(x)=ax^2+bx+c$的圖形

開口向上，對稱軸在$x=-1$，繪圖如右



(1)錯；開口向上 $\Rightarrow$ $a>0$

(2)對；$-\dfrac{b}{2a}=-1<0$ $\Rightarrow$ $b>0$

(3)對；圖形交y軸於x軸下方且$f(0)=c$ $\Rightarrow$ $c<0$

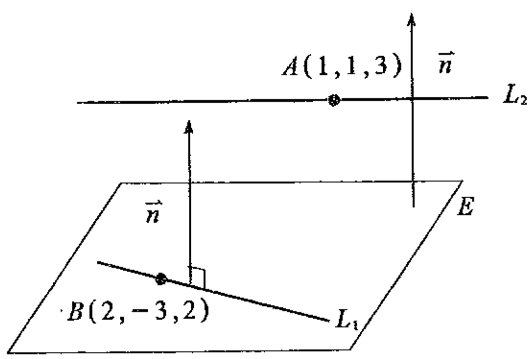
(4)錯；$x=-1$爲對稱軸 $\Rightarrow$ $f(-2)=f(0)$

(5)錯；$f(4)=f(-6)>f(-5)$

故選(2)(3)

10. 參考答案：(2)(4)

試題解析：依題意繪圖如右



(1)錯；L_1落在平面E上且$L_2 /\!/ E$，

直線L_1與直線L_2沒有交點。

(2)對；平面E的法向量$\vec{n}=(a,b,c)$

直線L_1的方向向量$\overrightarrow{u_1}=(3,4,-1)$

$\therefore$ $\vec{n}\perp\overrightarrow{u_1}$ $\Rightarrow$ $\vec{n}\cdot\overrightarrow{u_1}=0$

故$3a+4b-c=0$

(3)錯；直線L_2的方向向量$\overrightarrow{u_2}=(2,1,1)$，由$L_2 /\!/ E$ $\Rightarrow$ $\vec{n}\perp\overrightarrow{u_2}$ $\Rightarrow$ $\vec{n}\cdot\overrightarrow{u_2}=0$

故$2a+b+c=0$

(4)對；由$3a+4b-c=0$與$2a+b+c=0$得$a:b:c=1:(-1):(-1)$，又$B\in E$

所以平面E爲$1\times(x-2)+(-1)(y+3)+(-1)(z-2)=0$ $\Rightarrow$ $x-y-z-3=0$

故$d(L_2,E)=d(A,E)=\dfrac{|1-1-3-3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+(-1)^2}}=2\sqrt{3}$

(5)錯；L_1與L_2爲歪斜線，則$d(L_1,L_2)=d(A,E)=2\sqrt{3}$

選(2)(4)

11. 參考答案：(1)(2)(3)(4)

試題解析：(a) $1+3+3^2+3^3=40 \Rightarrow$ 前 40 項之和爲 $1+3\times(\frac{1}{3})+9\times(\frac{1}{9})+27\times(\frac{1}{27})=4$，

選項(1)正確

(b)依數列之規律知

$1+3+3^2+\cdots+3^5=\frac{3^6-1}{3-1}=364$，$1+3+3^2+\cdots+3^6=\frac{3^7-1}{3-1}=1093$

即自 365 項開始有$3^6=729$項其值均爲$\frac{1}{3^6}=\frac{1}{729}$，故第 500 項爲$\frac{1}{729}$，

選項(2)正確

(c)前n項之和爲 40 $\Rightarrow$ $n=1+3+3^2+\cdots+3^{39}=\frac{3^{40}-1}{3-1}=\frac{3^{40}-1}{2} \Rightarrow 2n=3^{40}-1$

$\log 3^{40}=40\times\log 3\approx 40\times 0.4771=19.084=19+0.084$，$\log 1<0.084<\log 2$

所以3^{40}爲 20 位數，首位數字爲 1

又$3^1=3$，$3^2=9$，$3^3=27$，$3^4=81$，$3^5=243$，$\cdots$，其個位數字 4 次循環一次，

由$40=4\times 10+0$，故3^{40}其個位數字爲 1

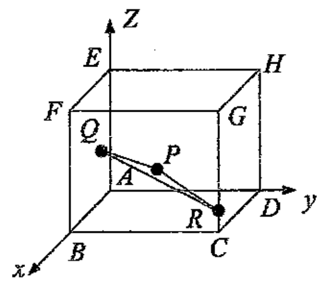
$2n=3^{40}-1 \Rightarrow 2n$的首位數字爲 1，選項(3)正確

$n=\frac{3^{40}-1}{2}$ n爲 19 位數，個位數字只可能是 0 或 5，選項(4)正確，(5)錯

故選(1)(2)(3)(4)

12. 參考答案：(2)(4)

試題解析：如右圖，坐標化，令A爲原點，則



$\overrightarrow{AB}=(3,0,0)$，$\overrightarrow{AD}=(0,6,0)$，$\overrightarrow{AE}=(0,0,6)$

$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}(0,6,0)+\frac{1}{6}(0,0,6)=(0,2,1)$

$\Rightarrow P(0,2,1)$

$\overrightarrow{AQ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}(3,0,0)+\frac{1}{2}(0,0,6)=(1,0,3)$

$\Rightarrow Q(1,0,3)$

$\overrightarrow{AR}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AE}=(3,0,0)+(0,6,0)+\frac{1}{6}(0,0,6)=(3,6,1) \Rightarrow R(3,6,1)$

(1)錯：$\overrightarrow{PQ}=(1,-2,2)$，$|\overrightarrow{PQ}|=3$，$\overrightarrow{PR}=(3,4,0)$，$|\overrightarrow{PR}|=5$

$\Rightarrow \cos\angle QPR=\frac{\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PR}}{|\overrightarrow{PQ}||\overrightarrow{PR}|}=\frac{1\times 3+(-2)\times 4+0}{3\times 5}=-\frac{1}{3}$

(2)對：$\cos\angle QPR=-\frac{1}{3} \Rightarrow \sin\angle QPR=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\Rightarrow \triangle QPR$面積爲$\frac{1}{2}\times 3\times 5\times\frac{2\sqrt{2}}{3}=5\sqrt{2}$

(3)錯：所求爲$\overrightarrow{PQ}$在$\overrightarrow{PR}$上的正射影長 $\Rightarrow \frac{|\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PR}|}{|\overrightarrow{PR}|}=\frac{5}{5}=1$

(4)對：R至AE直線的距離即爲R至z軸之距離$\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$

(5)錯：設平面 QPR 的法向量為 $\vec{n}$，則 $\vec{n}\perp\overrightarrow{PQ}$ 且 $\vec{n}\perp\overrightarrow{PR}$

$\Rightarrow\ \vec{n}\,/\!/\,\overrightarrow{PQ}\times\overrightarrow{PR}=(4,-3,-5)$

取 $\vec{n}=(4,-3,-5)$ 得平面 $4x-3y-5z+11=0$

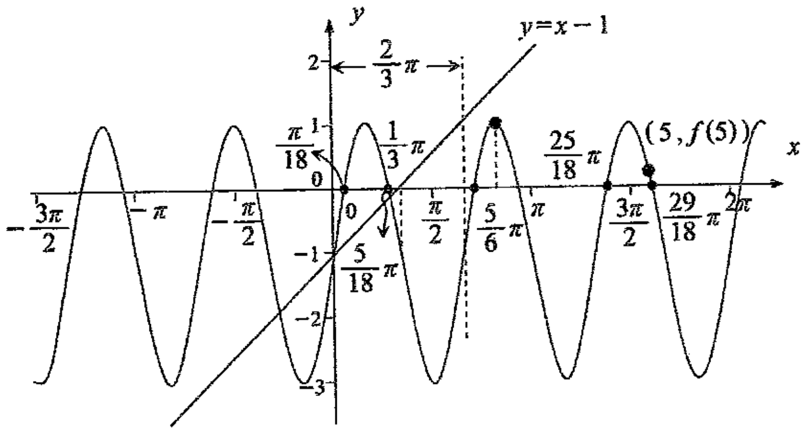
$\therefore\ d(A,\text{平面 }PQR)=\dfrac{|0-0-0+11|}{\sqrt{4^2+(-3)^2+(-5)^2}}=\dfrac{11}{5\sqrt{2}}=\dfrac{11\sqrt{2}}{10}<2$

故選(2)(4)

13. 參考答案：(1)(4)(5)

試題解析：描點繪圖如下

$3x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin 3x$	0	1	0	-1	0
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$
$y=2\sin 3x-1$	-1	1	-1	-3	-1



(1)對；$x=\dfrac{5\pi}{6}$ 代入得 $f(\dfrac{5}{6}\pi)=2\sin(3\times\dfrac{5}{6}\pi)-1=2\sin(\dfrac{5}{2}\pi)-1=1$ 為最大值

(2)錯；如圖 $f(x)=2\sin 3x-1$ 的週期為 $\dfrac{2\pi}{3}$

(3)錯；由上圖可知直線 $x=\dfrac{\pi}{3}$ 不是 $y=f(x)$ 圖形的對稱軸

(4)對；如圖 $f(\dfrac{3}{2}\pi)=1$，$f(\dfrac{29}{18}\pi)=0$，又 $\dfrac{3}{2}\pi\approx 4.71$，$\dfrac{29}{18}\pi\approx 5.06$

$\therefore\ \dfrac{9}{6}\pi<5<\dfrac{29}{18}\pi\ \Rightarrow\ f(5)>0$

(5)對；如圖知 $y=2\sin 3x-1$ 與 $y=x-1$ 二圖形交於三點，

即方程式 $2\sin 3x-1=x-1$ 有 3 個實數解

第貳部分：選填題

A. 參考答案：85（⑭ 8　⑮ 5）

試題解析：設大的糖果盒可裝糖果 a 顆，小的糖果盒可裝糖果 b 顆

依題意可知

$a-b=34$ 且 $[a,b]=255$

令 $a=hd$，$b=kd$，h，k 互質

則 $\begin{cases}(h-k)d=34\\ hkd=255\end{cases}$

$\therefore\ d=(34,255)=17$

故 $\begin{cases}h-k=2\\ h\times k=15\end{cases}\Rightarrow\ h=5$，$k=3$

所以大的糖果盒可裝糖果 $5\times 17=85$（顆）

B. 參考答案：2585（⑯ 2　⑰ 5　⑱ 8　⑲ 5）

試題解析：所求 $=10\times 10+11\times 11+12\times 12+\cdots\cdots+20\times 20$

$$=10^2+11^2+12^2+\cdots\cdots+20^2$$

$$=(1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+20^2)-(1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+9^2)$$

$$=\frac{20\times 21\times 41}{6}-\frac{9\times 10\times 19}{6}=2585$$

C. 參考答案：26（⑳ 2　㉑ 6）

試題解析：依據對數定義

$\begin{cases}x-1>0\\ x-9>0\end{cases}\Rightarrow x>9\cdots\cdots$ ①

又由 $1+\log_4(x-1)>\log_2(x-9)$

得　$\log_4 4+\log_4(x-1)>\log_{2^2}(x-9)^2$

$\Rightarrow\ \log_4[4(x-1)]>\log_4(x-9)^2$

$\therefore\ 4(x-1)>(x-9)^2$

整理得 $x^2-22x+85<0\ \Rightarrow\ (x-17)(x-5)<0$

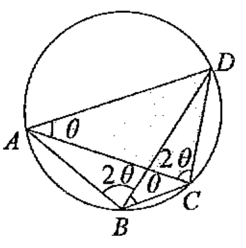
解得 $5<x<17\cdots\cdots$ ②

綜合①②得 $9<x<17$

故 $a=9$，$b=17\ \Rightarrow\ a+b=26$

D. 參考答案：$\dfrac{36}{5}$（㉒ 3　㉓ 6　㉔ 5）

試題解析：利用等弧對等圓周角



$\therefore\ \angle ACD=\angle ABD=2\theta$，$\angle DAC=\angle DBC=\theta$

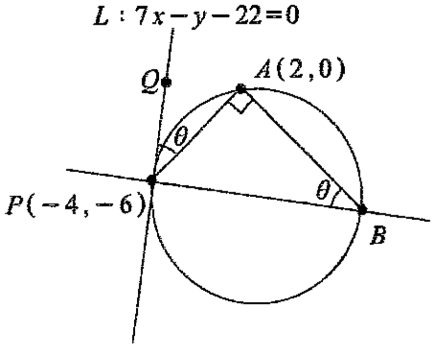
又 $\cos\theta=\dfrac{3}{5}\ \Rightarrow\ \sin\theta=\dfrac{4}{5}$，得 $\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{24}{25}$

$\triangle ACD$ 中，由正弦定理 $\dfrac{\overline{AD}}{\sin 2\theta}=\dfrac{\overline{CD}}{\sin\theta}$，

得 $\overline{AD}=\dfrac{\overline{CD}}{\sin\theta}\times\sin 2\theta=\dfrac{6}{\frac{4}{5}}\times\dfrac{24}{25}=\dfrac{36}{5}$

E. 參考答案：$8\sqrt{2}$（㉕ 8　㉖ 2）

試題解析：依題意繪圖如右



取直線L的一方向向量$\overrightarrow{PQ}=(1,7)$，

又$\overrightarrow{PA}=(6,6)$，$|\overrightarrow{PA}|=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$

$\Rightarrow\ \cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{PA}}{|\overrightarrow{PQ}|\,|\overrightarrow{PA}|}=\dfrac{48}{\sqrt{50}\times 6\sqrt{2}}=\dfrac{4}{5}$

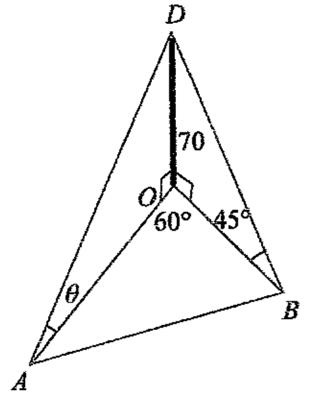
$\overline{PB}$ 為直徑 $\Rightarrow\ \angle PAB=90^\circ\ \Rightarrow\ \angle ABP=\angle APQ=\theta$

$\triangle PAB$ 中

$\dfrac{\overline{AB}}{\overline{PA}}=\cot\theta=\dfrac{4}{3}\ \Rightarrow\ \overline{AB}=\dfrac{4}{3}\times 6\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

F. 參考答案：130（㉗ 1　㉘ 3　㉙ 0）

試題解析：依題意繪製如右圖



$\triangle OBD$ 中

$\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OD}}=\cot 45^\circ\ \Rightarrow\ \overline{OB}=\overline{OD}=70$

$\triangle OAD$ 中

$\dfrac{\overline{OA}}{\overline{OD}}=\cot\theta\ \Rightarrow\ \overline{OA}=\overline{OD}\times\dfrac{15}{7}=150$

$\triangle OAB$ 中，由餘弦定理得

$\overline{AB}^2=\overline{OA}^2+\overline{OB}^2-2\,\overline{OA}\,\overline{OB}\cos 60^\circ$

$=150^2+70^2-2\times150\times70\times\dfrac{1}{2}=16900$

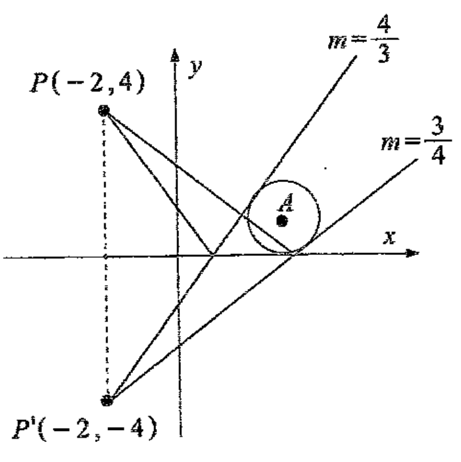
$\therefore\ \overline{AB}=130$，即甲、乙二人相距 130 公尺

G. 參考答案：$-\dfrac{4}{3}$（㉚ −　㉛ 4　㉜ 3）

試題解析：(1)圓$x^2+y^2-6x-2y+9=0$

$\Rightarrow\ (x-3)^2+(y-1)^2=1$

$\therefore$ 圓心$A(3,1)$，半徑$r=1$



(2) P關於x軸的對稱點$P'(-2,-4)$

設過P'且與圓相切的切線為$y+4=m(x+2)$

即$mx-y+2m-4=0$

則$\dfrac{|3m-1+2m-4|}{\sqrt{m^2+1}}=1$

兩邊平方整理得$24m^2-50m+24=0$

解得$m=\dfrac{4}{3}$或$m=\dfrac{3}{4}$

(3)所以入射光線L的斜率為$-\dfrac{4}{3}$或$-\dfrac{3}{4}$，

又光線L在射到x軸前與圓沒有相交，故$m=-\dfrac{4}{3}$