100 學年度全國公私立高級中學
學科能力測驗模擬考試

數學考科

數學

— 作答注意事項 —

考試範圍：第一～三冊全
考試時間：100 分鐘
題型題數：單選題 5 題，多選題 7 題，選填題第 A. 至 H. 題共 8 題。
作答方式：● 用 2B 鉛筆在「答案卡」上畫記，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正帶(液)。
　　　　　● 答錯不倒扣。
作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

（一）填答選擇題時，只用 1，2，3，4，5 等五個格子，而不需要用到－，±，以及 6，7，8，9，0 等格子。

例：若第 1 題的選項為(1) 3　(2) 5　(3) 7　(4) 9　(5) 11，而考生得到的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 3 畫記（注意不是 7），如：

解　答　欄

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	－	±
1	□	□	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□

例：若多選題第 10 題考生認為正確的選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡第 10 列的 1 與 3 畫記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	－	±
10	■	□	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□

（二）選填題的題號是 A.，B.，C.，…，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。

例：若第 B. 題的答案格式是 $\dfrac{⑱}{⑲}$，而依題意計算出來的答案是 $\dfrac{3}{8}$，則考生必須分別在答案卡的第 18 列的 3 與第 19 列的 8 畫記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	－	±
18	□	□	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□
19	□	□	□	□	□	□	□	■	□	□	□	□

例：若第 C. 題的答案格式是 $\dfrac{⑳㉑}{50}$，而答案是 $\dfrac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 － 與第 21 列的 7 畫記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	－	±
20	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	■	□
21	□	□	□	□	□	□	■	□	□	□	□	□

※試題後附有可能用到的參考公式及數值。

NO.99300133
4716413026150 20

祝考試順利

第壹部分：選擇題（占 60 分）

一、單選題（占 25 分）

說明：第 1. 題至第 5. 題，每題 5 個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 坐標平面上，若一點的 x 坐標與 y 坐標皆為整數，則稱此點為格子點。試問在 $x=0$，$x=10$，$y=0$，$y=6$ 為邊界的長方形區域內，直線 $2x-3y+1=0$ 通過多少個格子點？
(1) 2 個　(2) 3 個　(3) 4 個　(4) 6 個　(5) 8 個

2. 已知 $\dfrac{5-\sqrt{17}}{2}$ 為方程式 $x^2-5x+2=0$ 之一根，若 $f(x)=x^4-10x^3+30x^2-25x+2$，則 $f(\dfrac{5-\sqrt{17}}{2})=$
(1) 0　(2) $\dfrac{5+\sqrt{17}}{2}$　(3) -2　(4) -4　(5) 2

3. 對於任意實數 t，函數 $f(x)=x^2+mx+n$ 都有 $f(t+2)=f(2-t)$，則
(1) $f(2)<f(1)<f(4)$
(2) $f(1)<f(2)<f(4)$
(3) $f(2)<f(4)<f(1)$
(4) $f(4)<f(2)<f(1)$
(5) $f(4)<f(1)<f(2)$

4. 已知方程式 $2^x+x=0$ 的實根是 a，$\log_2 x=2-x$ 的實根是 b，$\log_{\frac{1}{2}} x=x$ 的實根是 c，則 a，b，c 的大小關係為何？

(1) $b>c>a$

(2) $c>b>a$

(3) $a>b>c$

(4) $b>a>c$

(5) $a>c>b$

5. 已知等差數列$\{a_n\}$的前 n 項和為 S_n，若 $\overrightarrow{OB}=a_1\overrightarrow{OA}+a_{200}\overrightarrow{OC}$，且 A，B，C 三點共線(該直線不過原點 O)，則 $S_{200}=$

(1) 1

(2) 100

(3) 101

(4) 200

(5) 201

二、多選題（占 35 分）

說明：第 6. 題至第 12. 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的，選出正確選項畫記在答案卡之「解答欄」。每題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以零分計算。

6. 已知 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 均非零向量，則下列敘述何者正確？

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$

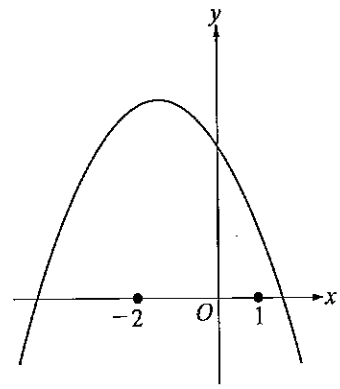
(2) 若 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}$，則 $\vec{a}=\vec{c}$

(3) $\vec{a}\cdot(\vec{b}\cdot\vec{c})=(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}$

(4) 若 $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，則 $\vec{a}\perp\vec{b}$

(5) 若 $\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}$，則 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 夾角為 0°

7. 右圖是函數 $f(x)=ax^2+bx+c$ 的圖形，則下列哪些選項必為正數？



(1) a
(2) b
(3) c
(4) b^2-4ac
(5) $5a-b+2c$

8. 三相異直線 $L_1：3x-ay=1$，$L_2：ax+y=2$ 與 $L_3：y=x$ 圍成一三角形，若此三角形為直角三角形，則 a 的值可能為下列哪一個選項？

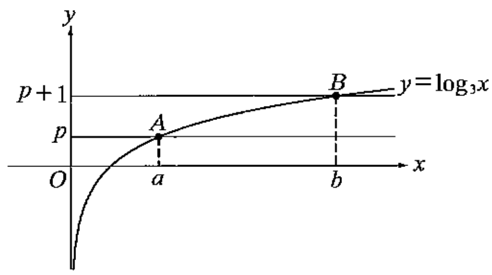
(1) $a=1$　(2) $a=2$　(3) $a=0$　(4) $a=-3$　(5) $a=-1$

9. 下列有關多項式 $f(x)$ 的敘述何者正確？

(1)設 $f(x)$ 的各項係數均為實數，若 $f(1+i)=0$，則 $f(1-i)=0$
(2)設 $f(x)$ 的各項係數均為實數，若 $f(1+\sqrt{2})=0$，則 $f(1-\sqrt{2})=0$
(3)若 $f(x)$ 為三次實係數多項式，則 $f(x)=x$ 必有實根
(4) $f(x)=0$ 為一多項方程式，若 $f(a)\cdot f(b)<0$，則 $f(x)=0$ 在 a 與 b 之間必有奇數個相異實根
(5)若 $f(x)$ 為有理係數多項式，已知 $2+i$，$\sqrt{2}-i$，$\sqrt{3}+1$ 為 $f(x)=0$ 的根，則 $f(x)$ 可能為六次多項式

10. 試比較下列各值的大小關係：
$a=\sin 13^\circ$，$b=\cos 113^\circ$，$c=\tan 213^\circ$，$d=\cot 313^\circ$，$e=\sec 413^\circ$
(1) $a<b$　(2) $c>b$　(3) $d<c$　(4) $e>d$　(5) $e>a$

11. 如右圖，$y=\log_3 x$ 的圖形與 $y=p$，$y=p+1$ 分別交於 A，B 兩點，且 A，B 的 x 坐標分別為 a，b，則下列選項哪些正確？



(1) $b=3a$
(2)若 $a=2$，則直線 AB 的斜率為 $\frac{1}{6}$
(3)若 $p\geq 0$，則直線 AB 的斜率隨 p 值的增加而減少
(4)對所有 $p\geq 0$，直線 AB 斜率的最大值為 $\frac{1}{2}$
(5)若 p 改變使得直線 AB 平行直線 $y=x$，則 $a=\frac{1}{2}$

12. $i=\sqrt{-1}$，關於方程式 $x^6=-1$ 的複數根，下列哪些敘述是正確的？
(1) $x^6=-1$ 恰有兩實根
(2) $\cos 30^\circ+i\sin 30^\circ$ 是 $x^6=-1$ 的一根
(3)方程式 $x^3=i$ 的根必為 $x^6=-1$ 的根
(4)方程式 $x^6=1$ 與 $x^6=-1$ 有 3 個共同實根
(5)若 z_0 是 $x^6=-1$ 的一根，則 $\frac{1}{z_0}$ 也是 $x^6=-1$ 的一根

第貳部分：填充題（占 40 分）

說明：1. 第 A. 至 H. 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（13－31）。 2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 因為水荒，政府為鼓勵稻農休耕，制定三種休耕的補貼方案，由稻農自行擇一補貼方式。

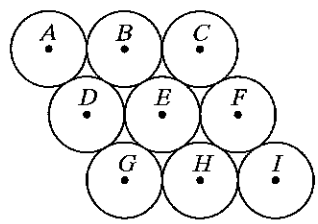
甲：基本補助 22000 元，外加每公頃 38000 元補貼。

乙：基本補助 12000 元，外加每公頃 40000 元補貼。

丙：無基本補助，但每公頃補貼 41500 元。

農夫小秉經計算後，選擇對他最有利(補貼最多)的乙方案，問小秉休耕的農地面積最大不超過 ⑬ 公頃。

B. 平面上半徑為 1 的九個圓，圓心分別為 A，B，C，D，E，F，G，H，I，這九個圓當中，相鄰的圓彼此相切(如右圖)，求 $\overline{AH}=$ ⑭$\sqrt{⑮}$ 。

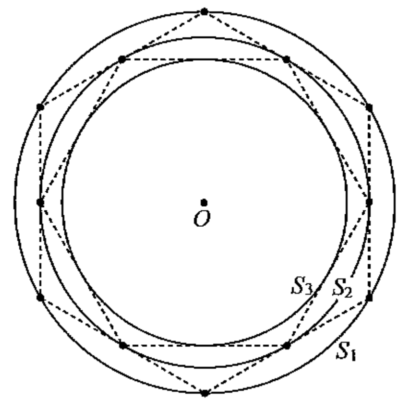


C. 設 n 為質數，且 $a=\dfrac{n^3+3n^2-4n+40}{n-1}$ 也是質數，則 $n+a$ 之值為 ⑯⑰ 。

D. 對於大於 1 的自然數 m 的三次方可用奇數進行以下方式的“分裂”：

$\underbrace{(3,5)}_{2^3}$，$\underbrace{(7,9,11)}_{3^3}$，$\underbrace{(13,15,17,19)}_{4^3}$，……依此，若 m^3 的“分裂數”中有一個是 159，則 m 的值為 ⑱⑲ 。

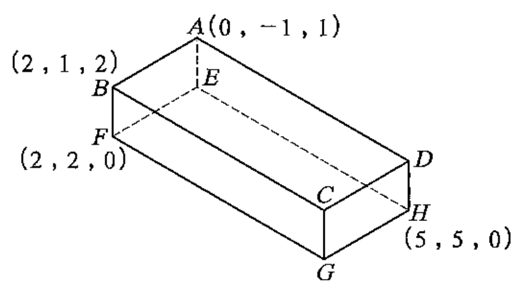
E. 如右圖，在半徑為 10 的圓 S_1 內作內接正六邊形，再作正六邊形的內切圓 S_2，又在此內切圓 S_2 內作內接正六邊形，……，如此無限繼續下去可得無限多個圓 S_1，S_2，……，S_n，……，則這無限多個圓面積的總和為 ⑳㉑㉒π 。



F. 在△ABC 中，已知 $\tan A=\frac{1}{2}$，$\tan B=\frac{1}{3}$ 且最長邊為 1，則△ABC 的面積為 $\frac{1}{㉓㉔}$ 。

G. 空間中一物體自點$(-3，1，2)$的位置沿向量$(2，-2，-1)$的方向移動，其速度為 3 單位／秒。則此物體在經過 ㉕ 秒時，會通過 xy 平面上的點 (㉖，㉗㉘，0) 。

H. 如右圖，長方體 $ABCDEFGH$，求 $CDHG$ 所在的平面之方程式為 ㉙$x-$㉚$y-$㉛$z=5$ 。



可能用到的參考公式及數值

1. 平面上兩點 $P_1(x_1, y_1)$，$P_2(x_2, y_2)$間的距離 $\overline{P_1P_2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

2. 通過(x_1, y_1)與(x_2, y_2)的直線斜率 $m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$，$x_2\neq x_1$

3. $\vec{u}$，$\vec{v}$ 的夾角為 θ，則 $\cos\theta=\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\,|\vec{v}|}$

4. 首項為 a 且公差為 d 的等差數列前 n 項之和 $S_n=\dfrac{n[2a+(n-1)d]}{2}$

   首項為 a 且公比為 r 的等比數列前 n 項之和 $S_n=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$，$r\neq 1$

5. 三角函數的和角公式：
   $\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$
   $\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$

6. 若 $x^n=1$，則 $x=\cos\dfrac{2k\pi}{n}+i\sin\dfrac{2k\pi}{n}$，$k=0$，$1$，$2$，$3$，……，$n-1$

7. $\triangle ABC$ 的正弦定律：$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$

   $\triangle ABC$ 的餘弦定律：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

8. 參考數值：$\sqrt{2}\approx 1.414$，$\sqrt{3}\approx 1.732$，$\sqrt{5}\approx 2.236$，$\sqrt{6}\approx 2.449$，$\pi\approx 3.142$

9. 對數值：$\log_{10}2\approx 0.3010$，$\log_{10}3\approx 0.4771$，$\log_{10}7\approx 0.8451$，$\log_{10}1.04\approx 0.0170$

數學考科詳解

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. (2)

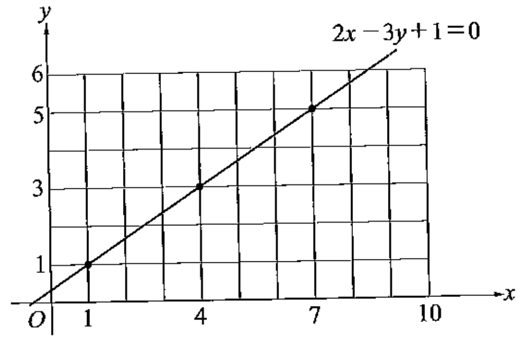
出處：第一冊第一章〈數與坐標系〉

目標：能畫出直線通過長方形區域內的格子點(或能求整數解)

解析：$2x=3y-1$

x	1	4	7
y	1	3	5

故選(2)。



2. (4)

出處：第一冊第三章〈多項式〉

目標：能理解餘式定理的原理，並利用 $f(x)$ 被 (x^2-5x+2) 除後的餘數計算 $f(\frac{5-\sqrt{17}}{2})$

解析：因為 $f(x)=(x^2-5x+2)(x^2-5x+3)-4$

所以 $f(\frac{5-\sqrt{17}}{2})=0-4=-4$

故選(4)。

3. (1)

出處：第一冊第三章〈多項式〉

目標：了解圖形對稱的概念

解析：由 $f(t+2)=f(2-t)$ 可得：

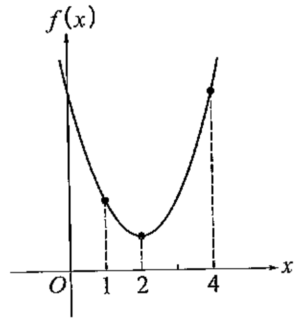
當 $t=0$，$f(2)=f(2)$；當 $t=1$，$f(3)=f(1)$；當 $t=2$，$f(4)=f(0)$

因為拋物線圖形為對稱圖形，

由上述討論可知此拋物線頂點的 x 坐標為 2，且開口向上；作圖如右：

由右圖可知 $f(2)<f(1)<f(4)$

故選(1)。



4. (1)

出處：第二冊第一章〈指數與對數〉、第一冊第三章〈多項式〉

目標：了解指數函數和對數函數的圖形、勘根定理及用作圖的方式求方程式的根

解析：令 $f_1(x)=2^x+x$，$f_1(0)=1>0$，$f_1(-1)=2^{-1}-1<0$，故 $f_1(x)=2^x+x=0$ 有實根 a，且 $-1<a<0$；

令 $f_2(x)=\log_2 x+x-2$，$f_2(1)=0+1-2<0$，$f_2(2)=1+2-2>0$，

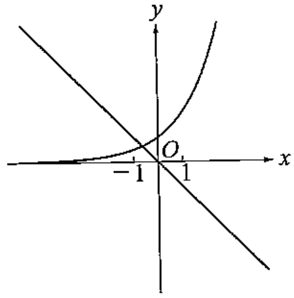
故 $f_2(x)=\log_2 x+x-2=0$ 的實根 $1<b<2$，即 $\log_2 x=2-x$ 有實根 b，且 $1<b<2$；

令 $f_3(x)=\log_{\frac{1}{2}} x-x$，$f_3(\frac{1}{2})=1-\frac{1}{2}>0$，$f_3(1)=0-1<0$，

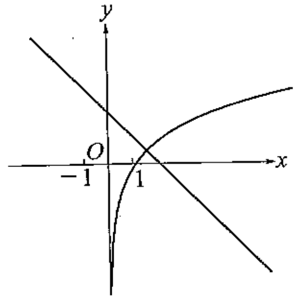
故 $f_3(x)=\log_{\frac{1}{2}} x-x=0$ 的實根 $\frac{1}{2}<c<1$，即 $\log_{\frac{1}{2}} x=x$ 有實根 c，且 $\frac{1}{2}<c<1$

故選(1)。

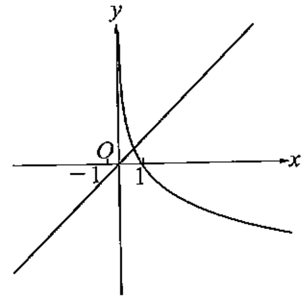
【另解】方程式實根即圖形之交點，故以圖解之。



$\begin{cases} y=2^x \\ y=-x \end{cases}$



$\begin{cases} y=\log_2 x \\ y=2-x \end{cases}$



$\begin{cases} y=\log_{\frac{1}{2}} x \\ y=x \end{cases}$

5. (2)

出處：第三冊第一章〈向量〉、第一冊第二章〈數列與級數〉

目標：了解平面向量中三點共線的條件及等差級數的總和公式

解析：A，B，C 三點共線

若 $\overrightarrow{OB}=\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OC}$，則 $\alpha+\beta=1$

由題意，A，B，C 三點共線，且 $\overrightarrow{OB}=a_1\overrightarrow{OA}+a_{200}\overrightarrow{OC}$，故 $a_1+a_{200}=1$

$\therefore S_{200}=\dfrac{200(a_1+a_{200})}{2}=\dfrac{200\times1}{2}=100$

故選(2)。

二、多選題

6. (1)(4)

出處：第三冊第一章〈向量〉

目標：了解向量內積的性質

解析：(1) ○

(2) ×：令 $\vec{a}=(1,0)$，$\vec{b}=(2,1)$，$\vec{c}=(0,2)$

則 $\vec{a}\cdot\vec{b}=2=\vec{b}\cdot\vec{c}$，但 $\vec{a}\neq\vec{c}$

(3) ×：令 $\vec{a}=(1,0)$，$\vec{b}=(2,1)$，$\vec{c}=(0,2)$

則 $\vec{a}\cdot(\vec{b}\cdot\vec{c})=(2,0)\neq(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}=(0,4)$

(4) ○：$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}| \Rightarrow |\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}-\vec{b}|^2$

$\Rightarrow |\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2 \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=0 \Rightarrow \vec{a}\perp\vec{b}$

(5) ×：$\vec{a}\,/\!/\,\vec{b} \Rightarrow \vec{a}$，$\vec{b}$ 同向或反向 $\Rightarrow \vec{a}$，$\vec{b}$ 的夾角為 0° 或 180°

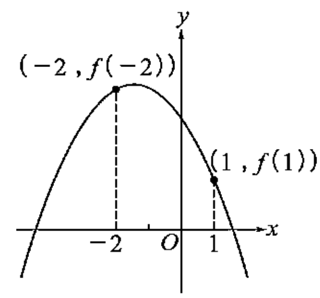
故選(1)(4)。

7. (3)(4)(5)

出處：第一冊第三章〈多項式〉

目標：了解如何由圖形判斷二次函數各項係數與判別式的正負

解析：$f(x)=ax^2+bx+c=a(x+\dfrac{b}{2a})^2+\dfrac{4ac-b^2}{4a}$



(1) 拋物線開口向下 $\Rightarrow a<0$

(2) 頂點在 y 軸左邊 $\Rightarrow$ 頂點的 x 坐標小於 0

$\Rightarrow -\dfrac{b}{2a}<0 \Rightarrow b<0(\because a<0)$

(3) $f(0)=c \Rightarrow y=f(x)$ 與 y 軸交於 $(0,c)$

$\therefore c>0$

(4) $y=f(x)$ 與 x 軸交於兩點 $\Rightarrow y=f(x)=0$ 有兩相異實根

$\Rightarrow b^2-4ac>0$

(5) $5a-b+2c=(a+b+c)+(4a-2b+c)=f(1)+f(-2)>0$

故選(3)(4)(5)。

8. (1)(3)(4)

出處：第一冊第一章〈數與坐標系〉

目標：能知道 $ax+by=c$ 的斜率為 $-\dfrac{a}{b}$。且若兩斜率 m_1，m_2 的直線互相垂直，則 $m_1\cdot m_2=-1$

解析：L_1 斜率 $\dfrac{3}{a}(a\neq0)$，L_2 斜率 $-a$，L_3 斜率 1

若 $L_1\perp L_2$，$a=0$ 時，L_1 為鉛直線，L_2 為水平線

若 $L_1\perp L_3$，則 $\dfrac{3}{a}\times1=-1$，故得 $a=-3$

若 $L_2\perp L_3$，則 $-a\times1=-1$，故得 $a=1$

故選(1)(3)(4)。

9. (1)(3)

出處：第一冊第三章〈多項式〉

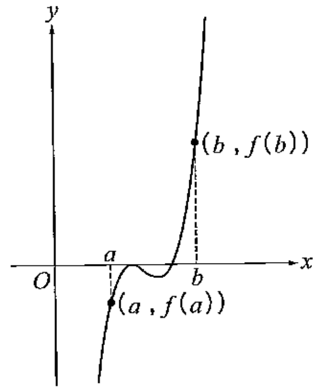
目標：了解多項方程式根的性質

解析：(1) ○：實係數方程式必有共軛虛根

(2) ×：有理係數方程式若有一根 $a+b\sqrt{c}$，則另有一根 $a-b\sqrt{c}$；實係數方程式則無此性質

(3) ○：$f(x)=x$ 為三次實係數方程式必有三個根，且虛根成對，故三次實係數方程式至少有一實根

(4) ×：如右圖，a，b 之間僅有二個相異實根



(5) ×：有理係數方程式若有一根 $a+b\sqrt{c}$，則另有一根 $a-b\sqrt{c}$，且存在共軛虛根；有一根 $2+i$，必有一根 $2-i$；有一根 $\sqrt{2}-i$，必有一根 $\sqrt{2}+i$，還有 $-\sqrt{2}-i$ 與 $-\sqrt{2}+i$；有一根 $\sqrt{3}+1$，必有一根 $-\sqrt{3}+1$；

故至少有 8 個根，故 $f(x)$ 至少為八次多項式

故選(1)(3)。

10. (2)(3)(4)(5)

出處：第二冊第二章〈三角函數的基本概念〉

目標：能化簡廣義角三角函數，並判斷三角函數值大小

解析：$\cos 113^\circ=\cos(180^\circ-67^\circ)=-\cos 67^\circ<0$，所以 $a>b$

$\tan 213^\circ=\tan(180^\circ+33^\circ)=\tan 33^\circ>0$，所以 $b<c$

$\cot 313^\circ=\cot(360^\circ-47^\circ)=-\cot 47^\circ<0$，所以 $c>d$

$\sec 413^\circ=\sec(360^\circ+53^\circ)=\sec 53^\circ=\dfrac{1}{\cos 53^\circ}>1$，所以 $e>d$ 且 $e>a$

故選(2)(3)(4)(5)。

11. (1)(3)(4)(5)

出處：第二冊第一章〈指數與對數〉

目標：能理解及簡單描繪 $\log_3 x$ 的圖形，並綜合斜率的概念做計算

解析：$\log_3 a=p$，$\log_3 b=p+1$，所以 $\log_3 b-\log_3 a=1$，即 $\log_3\dfrac{b}{a}=1 \Rightarrow b=3a$。

直線 AB 的斜率為 $\dfrac{(p+1)-p}{b-a}=\dfrac{1}{b-a}=\dfrac{1}{2a}$，$a=3^p$

(1) ○

(2) ×：此時 $\dfrac{1}{2a}=\dfrac{1}{4}$

(3) ○：因為 $\dfrac{1}{2a}=\dfrac{1}{2\cdot 3^p}$，$p$ 愈大，$\dfrac{1}{2a}$ 愈小

(4) ○：$p=0$ 時，$\dfrac{1}{2a}$ 有最大值 $\dfrac{1}{2}$

(5) ○：$\dfrac{1}{2a}=1$，則 $a=\dfrac{1}{2}$

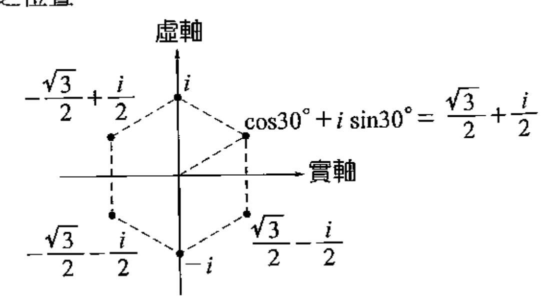
故選(1)(3)(4)(5)。

12. (2)(3)(5)

出處：第二冊第三章〈三角函數的性質與應用〉

目標：能計算 1 的 n 次方根，並明白這些根在複數平面所對應的點之位置

解析：$x^6=-1$ 的 6 根如右圖所示



(1) ×：如右圖

(2) ○：$(\cos 30^\circ+i\sin 30^\circ)^6=\cos 180^\circ+i\sin 180^\circ=-1$

(3) ○：若 z_0 是 $x^3=i$ 的一根，則 $z_0{}^3=i$，所以 $(z_0{}^3)^2=i^2=-1$，故 $z_0{}^6=-1$，即 z_0 為 $x^6=-1$ 的一根

(4) ×：任何實數 x 不可能同時滿足 $x^6=1$ 及 $x^6=-1$

(5) ○：若 z_0 是 $x^6=-1$ 的一根，則 $z_0^{\ 6}=-1$

因此 $(\frac{1}{z_0})^6=\frac{1}{z_0^{\ 6}}=\frac{1}{-1}=-1$，故 $\frac{1}{z_0}$ 為 $x^6=-1$ 的一根

故選(2)(3)(5)。

第貳部分：填充題

A. 8

出處：第一冊第一章〈數與坐標系〉、第一冊第三章〈多項式〉

目標：能將問題轉化成一次不等式，再行求解

解析：若小秉休耕面積為 x 公頃

採甲方案的補貼為 $22000+38000x$

採乙方案的補貼為 $12000+40000x$

採丙方案的補貼為 $41500x$

因為乙方案較有利，所以 $22000+38000x\le 12000+40000x$，故 $x\ge 5$

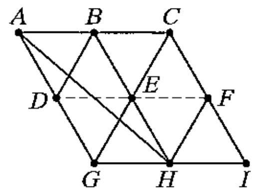
又 $41500x\le 12000+40000x$，故 $x\le 8$

因此，$5\le x\le 8$，所以最大可能面積為 8 公頃。

B. $2\sqrt{7}$

出處：第三冊第三章〈圓與球面方程式〉、第二冊第二章〈三角函數的基本概念〉

目標：能知道兩圓相切的條件，並利用餘弦定律求三角形的邊長



解析：考慮 $\triangle ABH$，

$\angle ABH=120^\circ$，$\overline{AB}=2$，$\overline{BH}=4$

故由餘弦定律 $\overline{AH}^2=2^2+4^2-2\cdot 2\cdot 4\cdot\cos 120^\circ=4+16+8$

所以 $\overline{AH}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$。

C. 44

出處：第一冊第一章〈數與坐標系〉、第一冊第三章〈多項式〉

目標：了解多項式的除法與質數

解析：$\frac{n^3+3n^2-4n+40}{n-1}=n^2+4n+\frac{40}{n-1}\in\mathbb{Z}\Rightarrow (n-1)\mid 40$

故 $n-1=1,2,4,5,8,10,20,40\Rightarrow n=2,3,5,6,9,11,21,41$

$\because n$ 為質數　$\therefore n=2,3,5,11,41$

$n=2\Rightarrow 2^2+4\times 2+\frac{40}{2-1}=52$ 不是質數；

$n=3\Rightarrow 3^2+4\times 3+\frac{40}{3-1}=41$ 是質數；

$n=5\Rightarrow 5^2+4\times 5+\frac{40}{5-1}=55$ 不是質數；

$n=11\Rightarrow 11^2+4\times 11+\frac{40}{11-1}=169$ 不是質數；

$n=41\Rightarrow 41^2+4\times 41+\frac{40}{41-1}=1846$ 不是質數；

故 $n=3$，$a=41$

$\therefore n+a=44$。

D. 13

出處：第一冊第二章〈數列與級數〉

目標：了解等差數列的性質

解析：將奇數分群：$\underbrace{(3,5)}_{2^3}$，$\underbrace{(7,9,11)}_{3^3}$，$\underbrace{(13,15,17,19)}_{4^3}$，……

此等差數列 $a_1=3$，$d=2$，$a_n=159$，

由 $159=3+(n-1)\times 2\Rightarrow n=79$，可知 159 為第 79 個數字，

第一群 2 個數，第二群 3 個數，……，第 79 個數應位於第 12 群中的第 2 個數；

$(2+3+4+\cdots\cdots+12=77)$

故 $m=13$。

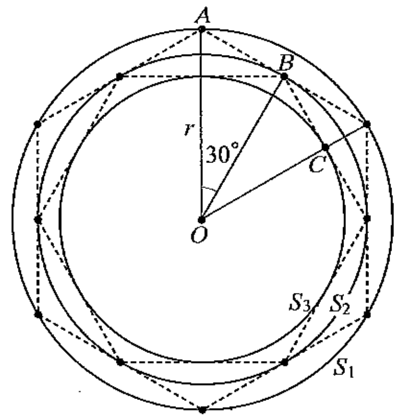
E. 400π

出處：第一冊第二章〈數列與級數〉、第二冊第二章〈三角函數的性質與應用〉

目標：了解無窮等比級數總和的求法

解析：令 $\overline{OA}=10$，可得 $\overline{OB}=10\cos30^\circ$，

$\overline{OC}=\overline{OB}\cos30^\circ=10\cos^2 30^\circ$，……



即圖形中內切圓的半徑為 10，$5\sqrt{3}$，$\frac{15}{2}$，……

面積依次為 100π，75π，$\frac{225}{4}\pi$，……

為一等比數列，$a_1=100\pi$，公比$=\frac{3}{4}<1$

故這無限多個圓面積的總和為 $\dfrac{100\pi}{1-\frac{3}{4}}=400\pi$。

F. $\frac{1}{10}$

出處：第二冊第三章〈三角函數的性質與應用〉

目標：了解正切函數的和角公式及三角形的面積公式

解析：由 $\tan(A+B)=\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}=1$

而在$\triangle ABC$中，$0<A+B<\pi$，所以 $A+B=\frac{\pi}{4}$，則 $C=\frac{3}{4}\pi$；

在$\triangle ABC$中，

$\because \angle C$ 是鈍角　$\therefore \angle B$，$\angle A$ 是銳角

由 $\tan B=\frac{1}{3}$，得 $\sin B=\frac{\sqrt{10}}{10}$

由正弦定律 $\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$，得 $b=\frac{\sqrt{5}}{5}$

由 $\tan A=\frac{1}{2}$，得 $\sin A=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \triangle ABC$ 的面積 $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{10}$。

G. 2；(1，−3，0)

出處：第三冊第二章〈空間中的直線與平面〉

目標：能求空間中直線與平面的交點

解析：向量(2，−2，1)的長度為 $|(2,-2,-1)|=\sqrt{4+4+1}=3$

所以 t 秒後，此物體的位置為 $\begin{cases}x=-3+2t\\y=1-2t\\z=2-t\end{cases}$，$t$ 為實數

由 $z=0$ 解得 $2-t=0$，故 $t=2$

所以在 $t=2$ 秒時，通過(1，−3，0)。

H. $5x-4y-2z=5$

出處：第三冊第二章〈空間中的直線與平面〉

目標：能求通過已知三點之平面的方程式，再進一步求過一點且與已知平面平行的平面之方程式

解析：設 $\vec{n}=(a,b,c)$為平面 $CDHG$ 的法向量，

所以 $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0$，$\vec{n}\cdot\overrightarrow{BF}=0$

故 $\begin{cases}2a+2b+c=0\\b-2c=0\end{cases}$

得 $a:b:c=5:(-4):(-2)$

設平面 $CDHG$ 為 $5x-4y-2z=k$，將 $H(5,5,0)$代入得 $k=5$

所以平面 $CDHG$ 方程式為 $5(x-5)-4(y-5)-2(z-0)=0$，即 $5x-4y-2z=5$。